

РІВНОПРИСКОРЕНИЙ РУХ. ПРИСКОРЕННЯ. ВІЛЬНЕ ПАДІННЯ. ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ.

(КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЇ)

Рівноприскореним прямолінійним рухом тіла називають такий рух, при якому його швидкість за будь-які однакові інтервали часу змінюється на однакові величини, або рух, який відбувається зі сталим прискоренням вздовж прямої:

$$\vec{a} = \text{const} .$$

Прискорення тіла при рівноприскореному русі характеризує бистроту зміни швидкості.

Прискорення рівноприскореного прямолінійного руху — це величина, що дорівнює відношенню зміни швидкості тіла до інтервалу часу, протягом якого ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} .$$

Одиниця прискорення — метр у секунду за секунду (1 м/с^2):

$$[a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} .$$

1 м/с^2 дорівнює прискоренню такого рівноприскореного руху тіла, при якому за 1 с швидкість тіла змінюється на 1 м/с .

Проекція кінцевої миттєвої швидкості на вісь Ox при рівноприскореному прямолінійному русі:

$$v_x = v_{0x} + a_x t .$$

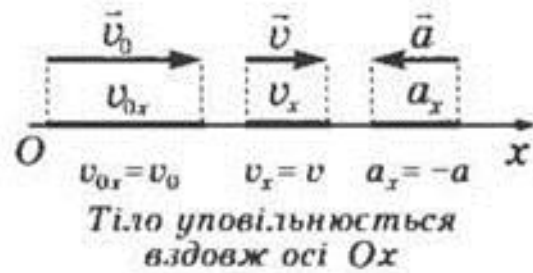
Рівняння миттєвої швидкості в скалярному вигляді:

$$v = v_0 + at$$

У рівнянні $a_x = a$ (рис. 1, а), якщо тіло прискорюється; $a_x = -a$ (рис. 1, б), якщо тіло уповільнюється.



а



б

Рис. 1

Проекція переміщення при рівноприскореному прямолінійному русі має вигляд:

$$s_x = \frac{(v_x + v_{0x})}{2} t, \quad s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$s_x = \frac{v^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Рівняння миттєвої швидкості в скалярному вигляді:

$$v = v_0 \pm at; \quad v^2 = v_0^2 + 2as;$$

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \quad s = \frac{(v + v_0)}{2} t.$$

Графік швидкості рівноприскореного прямолінійного руху: тіло I прискорює свій рух уздовж осі Ox; тіло II — уповільнює, у момент часу t_0 воно зупиняється і рухається прискорено в напрямку, протилежному осі Ox (рис. 2, а).

Графік руху при рівноприскореному прямолінійному русі — парабола (рис. 2, б).

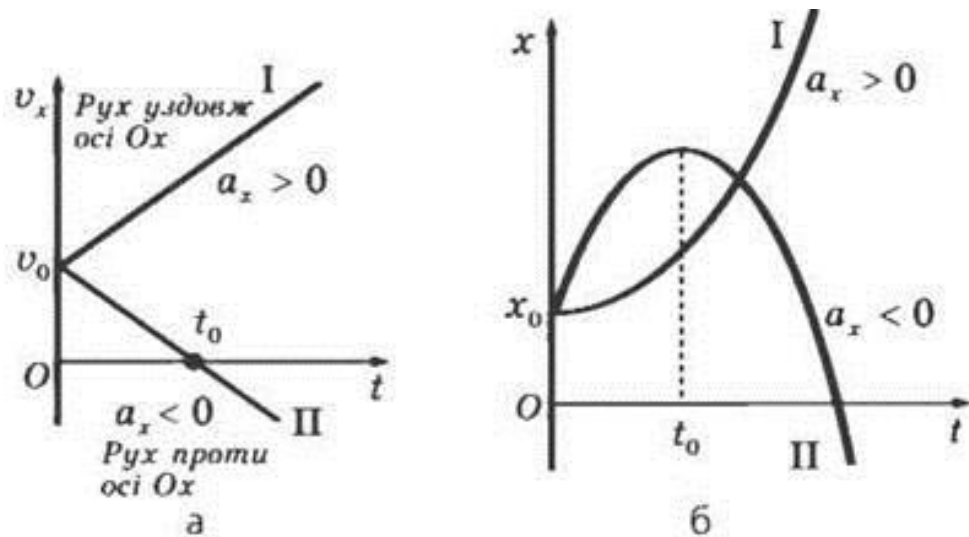


Рис. 2

Рівняння руху при рівноприскореному прямолінійному русі:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Графіки руху відповідають графікам швидкості (рис. 2, а).

Тут t_0 — момент часу, що відповідає зупинці тіла, — є вершиною параболи II.

Графік прискорення рівноприскореного прямолінійного руху зображений на рис. 3.

Шляхи, які пройшло тіло зі стану спокою ($v_0=0$) за однакові послідовні проміжки часу, відносяться як ряд послідовних непарних чисел:

$$s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 3 : 5.$$

Шлях, який пройшло тіло в останню секунду руху зі стану спокою ($v_0 = 0$):

$$s_n = \frac{a}{2}(2n - 1),$$

де n — число секунд.

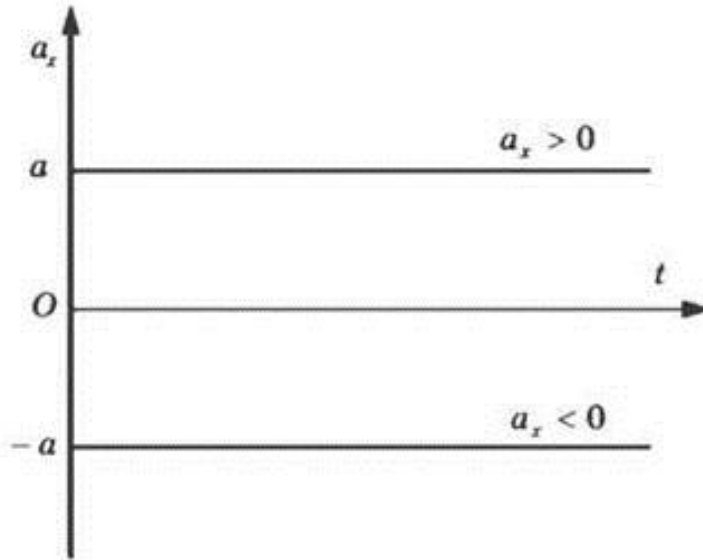


Рис. 3

Вільним падінням називають рух тіла під дією лише сили тяжіння. Вільне падіння є рівноприскореним рухом з прискоренням, яке не залежить від маси.

Біля поверхні Землі прискорення вільного падіння приблизно дорівнює $9,81 \text{ м/с}^2$.

Рівняння вільного падіння

$v_0 \neq 0$	$v_0 = 0$
$v = v_0 + gt$	$v = gt$
$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{gt^2}{2}$
$h = \frac{(v + v_0)}{2} t$	$h = \frac{v}{2} t$
$v = \sqrt{2gh + v_0^2}$	$v = \sqrt{2gh}$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$x = x_0 + \frac{gt^2}{2}$

Приклади розв'язання задач

Задача 1. Тролейбус починає рух з постійним прискоренням $1,5 \text{ м/с}^2$. На якій відстані від початку руху швидкість троллейбуса дорівнюватиме 54 км/год ?

Дано:

$$v_0 = 0$$

$$a = 1,5 \text{ м/с}^2$$

$$v = 54 \text{ км/год} = 15 \text{ м/с}$$

$$S = ?$$

Розв'язання

Початкова швидкість руху та швидкість у будь-який момент часу пов'язані формулою:

$$v^2 = v_0^2 + 2aS \Rightarrow S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$S = \frac{15^2}{2 \cdot 1,5} = 75 \text{ м.}$$

Відповідь: $S = 75 \text{ м.}$

Задача 2. Тіло рухається рівноприскорено $v_0 = 0$. За 4 с тіло проходить шлях 16 м . Який шлях тіло пройде за 10 с ? Яку швидкість буде мати тіло через 10 с після початку руху?

Дано:

$$v_0 = 0$$

Розв'язання

$$t_1 = 4 \text{ с}$$

Залежність шляху від часу виражається такою формулою:

$$t_2 = 10 \text{ с}$$

$$S_1 = v_0 t + \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow S_1 = \frac{at_1^2}{2}$$

$$S_1 = 16 \text{ м}$$

$$S_2 = ? \quad v_2 = ? \quad a = \frac{2S_1}{t_1^2}$$

$$a = \frac{2 \cdot 16}{16} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Тоді тіло за $t_2 = 10$ с пройде шлях:

$$s_2 = \frac{2 \cdot 100}{2} = 100 \text{ м.}$$

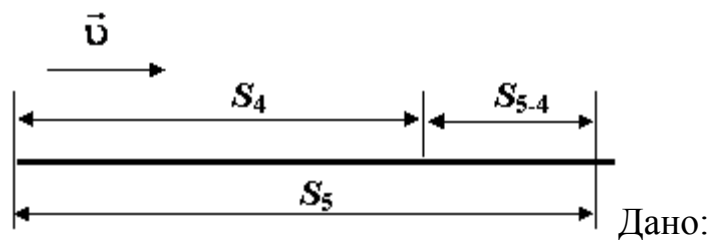
Через $t_2 = 10$ с швидкість тіла буде:

$$v_2 = at_2;$$

$$v_2 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ м/с.}$$

Відповідь: $s_2 = 100$ м; $v_2 = 20$ м/с.

Задача 3. Автомобіль починає рух з постійним прискоренням. За п'яту секунду руху тіло проходить шлях 0,9 м. Визначте шлях за сьому секунду.



$$v_0 = 0$$

$$s_{5-4} = 0,9 \text{ м}$$

$$s_{7-6} = ?$$

Розв'язання

Шлях, який проходить тіло за п'яту секунду, можна знайти так:

$$s_{5-4} = s_5 - s_4 = \frac{at_5^2}{2} - \frac{at_4^2}{2} = \frac{a}{2}(t_5^2 - t_4^2),$$

Тоді

$$a = \frac{2S_{5-4}}{t_5^2 - t_4^2}$$

$$a = \frac{2 \cdot 0,9}{25 - 16} = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Шлях, який тіло пройде за сьому секунду:

$$S_{7-6} = S_7 - S_6 = \frac{a}{2}(t_7^2 - t_6^2)$$

$$S_{7-6} = \frac{0,2}{2}(49 - 36) = 1,3 \text{ м.}$$

Відповідь: $S_{7-6} = 1,3 \text{ м.}$

Домашнє завдання

1. Накресліть графік координати рівноприскореного руху, якщо $v_0 = 10 \text{ м/с}$, $a = -2 \text{ м/с}^2$.
2. Ракета починає рухатися з прискоренням 45 м/с^2 і у деякий момент часу має швидкість 900 м/с . Який шлях пройде ракета за наступні $2,5 \text{ с}$?
3. Потяг рухається з початковою швидкістю 30 км/год . Коли потяг проходить при рівноприскореному русі шлях 600 м , його швидкість становить 45 км/год . Визначте прискорення та час руху.