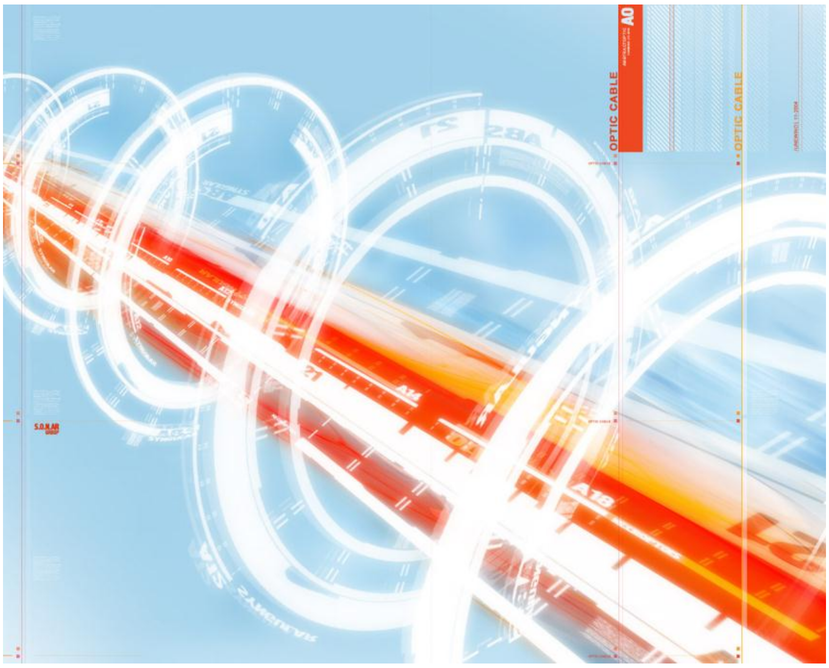
МІНІСТЕРСТІО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ ТА ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ

АГРАРНИЙ КОЛЕДЖ УПРАВЛІННЯ І ПРАВА

ПОЛТАВСЬКОЇ ДЕРЖАВНОЇ АГРАРНОЇ АКАДЕМІЇ



<u>**ОПТИКА**</u>

Методика розв`язування задач

Методичні рекомендації та задачі для самостійного розв’язування

для студентів та викладачів ВНЗ І-ІІ рівня акредитації

ПОЛТАВА 2013

Укладач: Худолій Іван Іванович - викладач фізики та астрономії Аграрного коледжу управління і права Полтавської державної аграрної академії

В посібнику викладені основні методики розв'язування задач з різних розділів оптики згідно шкільної програми, надаються базові фізичні формули та типові приклади задач з детальними поясненнями, малюнками та способами перевірки. Посібник містить достатню кількість задач до самостійної роботи і може бути корисним для студентів 1 курсів ВНЗ І-ІІ рівня акредитації.

Розглянуто та схвалено
на засіданні циклової комісії
Протокол № ___ від «___»________20___ року

Голова циклової комісії ____________________

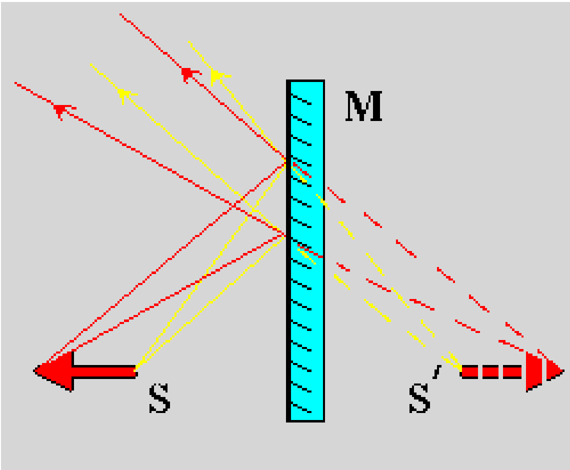
ЗМІСТ

ОПТИКА

1 Методика розв’язування задач з оптики

а) Геометрична оптика і фотометрія.

В основі геометричної оптики лежать уявлення про прямолінійність



поширення світла в однорідному середовищі. Напрямок поширення світлових пучків задається за допомогою абстрактної моделі – світлового променя.

На межі двох середовищ спостерігаються явища відбивання і заломлення світла, які описуються відповідно законом відбивання і законом заломлення світла.

На основі закону відбивання світла будуються зображення в плоскому та сферичному дзеркалах.

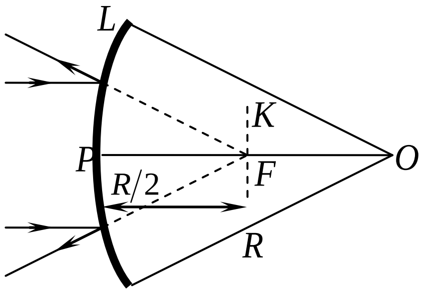
Зображення предмета, яке утворюється за допомогою плоского дзеркала, завжди є уявним, прямим і дорівнює за величиною розмірам самого предмета. Причиною цього є те, що плоске дзеркало ніколи не змінює кута розхилу світлового пучка, змінюється тільки напрямок його поширення.

Паралельні світлові пучки після відбивання у сферичних дзеркалах стають збіжними (вгнуте дзеркало) або розбіжними (опукле дзеркало), тобто змінюється форма пучка. Тому сферичні дзеркала можуть утворювати дійсні і уявні зображення предметів. Опуклі дзеркала завжди утворюють уявні зображення, вгнуті - дійсні або уявні, залежно від розташування предмета відносно фокуса дзеркала.

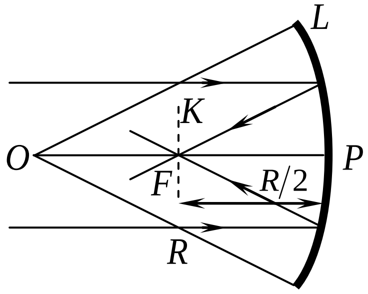
Треба пам’ятати, що дійсним зображенням точки (і предмета) є таке, яке утворюється на перетині відбитих чи заломлених променів, а уявним, якщо воно утворюється на перетині продовження променів в бік протилежний їх поширенню.

Щоб розв'язати задачі на закони відбивання світла, потрібно вміти будувати зображення предмета за допомогою дзеркал. Для цього треба знати:

1) закон відбивання;
2) основні точки сферичних дзеркал (рис. 1.1 а,б):



а – опукле



б – вгнуте

Рис. 1.1

а) оптичний центр O – центр сферичної поверхні, частиною якої є дане дзеркало; б) полюс P; в) головний фокус F; г) фокусна відстань FP, позначається також F; д) головну оптичну вісь OP ; е) побічну оптичну вісь OL; є) фокальну площину FK. Пучок паралельних променів після відбивання від вгнутого сферичного дзеркала (рис. 1.1, б) збирається у фокусі дзеркала F, а після відбивання від опуклого сферичного дзеркала (рис. 1.1,а) розсіюється. Якщо продовжити відбиті промені (показано пунктиром), то вони перетнуться у точці F. Отже, фокус для опуклого дзеркала уявний.

Якщо фокус дзеркала є уявним, то в формулі дзеркала перед членом $\frac{1}{F}$ ставиться знак „–”. Якщо зображення, утворюване дзеркалом, уявне, то знак „–” ставиться також перед членом $\frac{1}{f}$. Коли невідомо, яке зображення утворюється за допомогою дзеркала в конкретному випадку, або невідомо, яким є дане дзеркало, у формулі дзеркала перед членом $\frac{1}{F}$ і $\frac{1}{f}$ ставиться знак „+”. Якщо знайдена відповідь буде із знаком мінус, то це означає, що зображення є уявним, а дзеркало має уявний фокус.

Відношення розмірів предмета h до розмірів зображення H знаходять із співвідношення $\frac{H}{h}=\frac{f}{d}$.

Відносно закону заломлення світла треба пам'ятати, що падаючий, заломлений промінь і перпендикуляр до межі поділу двох середовищ, поставлений у точці падіння променя, лежать в одній площині.

Добуток абсолютного показника заломлення (відношення швидкості світла в вакуумі до його швидкості в даному середовищі $n=\frac{c}{\upsilon}$) середовища на синус кута між променем і перпендикуляром при переході променя з одного середовища в інше є величина стала (формула 1.2). Якщо оптична густина одного середовища більша (швидкість світла в ній менша, а показник заломлення більший), то кут між променем і перпендикуляром менший. Якщо промінь попадає на межу двох середовищ, поширюючись з більш густого в менш густе середовище, то можна спостерігати явище повного внутрішнього відбивання, при якому кут в менш оптично густішому середовищі досягає 90°, а кут α (нехай це буде кут в більш оптично густішому середовищі) в цьому випадку одержав назву граничного кута падіння і позначається як α_0. В цьому випадку світло не поширюється в менш густому середовищі і повністю відбивається від межі розподілу середовищ, а тому явище і одержало назву повного внутрішнього відбивання. Формула 1.2 для граничного кута буде мати вигляд $n_1 \sin\alpha_0 = n_2$ (кут $\beta = 90^o$).

У формулі 1.3 для збиральної лінзи:

а) $(n-1)>0$; $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}>0$

б) $(n-1)<0$; $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}<0$

Для розсіювальної лінзи:

а) $(n-1)>0$; $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}<0$

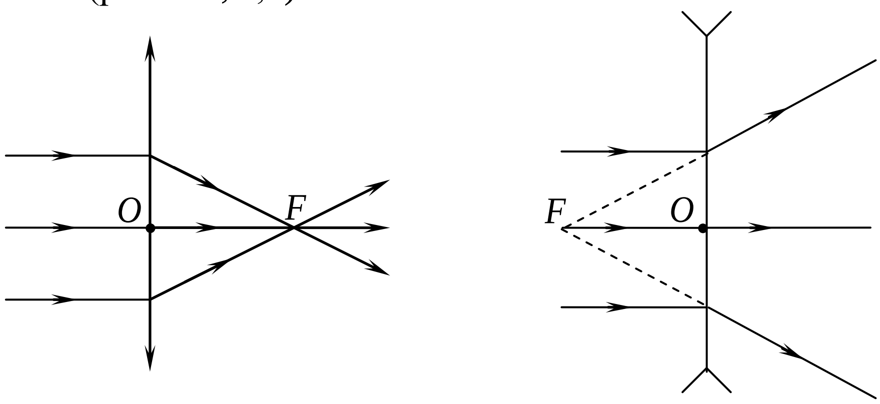
б) $(n-1)<0$; $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}>0$

Для вгнутих лінз (поверхонь) R береться із знаком „–”.

Двовгнуту лінзу не можна назвати розсіювальною, а двоопуклу – збиральною. Завжди потрібно враховувати, в яке середовище вміщено лінзу. Від цього залежить величина відносного показника заломлення. Якщо абсолютний показник заломлення лінзи менший від цього показника середовища, в яке вміщено лінзу, то $n<1$.

Збиральну і розсіювальну лінзу умовно позначають значками $\updownarrow$ і .

Промені, що попадають на лінзу від дуже віддаленого предмета, можна вважати паралельними між собою. Якщо ці промені паралельні головній оптичній осі, то після проходження збиральної лінзи вони збираються в одній точці F на головній оптичній осі. Ця точка називається головним фокусом лінзи. В разі розсіювальної лінзи промені після лінзи розсіюються, а їх продовження збираються на головній оптичній осі в одній точці. Це буде уявний фокус лінзи (рис. 1.2, а,б).



а б

Рис. 1.2

Якщо на лінзу послати пучок паралельних променів, які поширюються вздовж якої-небудь побічної осі (пряма лінія, яка проходить через центр лінзи і не проходить через центри кривизни поверхонь, що утворюють лінзу) *MO* лінзи (рис.1.3), то вони зберуться в точці F_1, яка лежить на перетині побічної осі з фокальною площиною (фокальна площина P – площина, перпендикулярна головній оптичній осі і проходить через головний фокус лінзи).

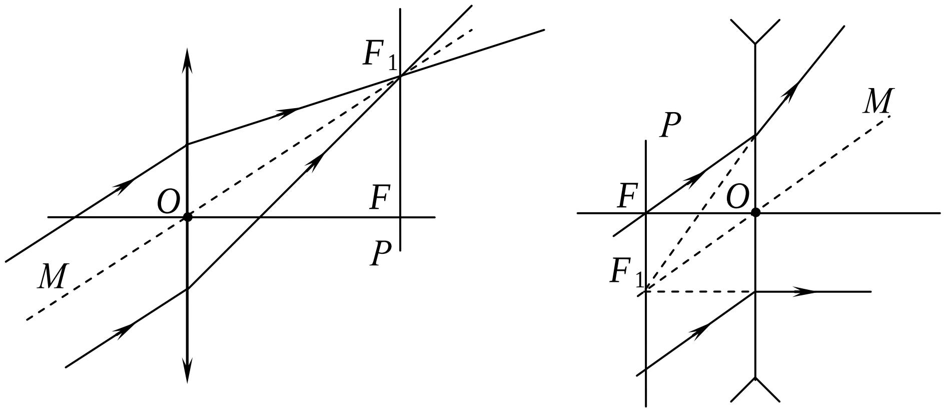


Рис. 1.3

Знаки перед $\dfrac{1}{F}$ і $\dfrac{1}{f}$ у формулі лінзи ставлять так само, як і в формулі сферичного дзеркала.

Збільшення зображення, одержаного як за допомогою дзеркала, так і лінзи розраховується по одній і тій же формулі (1.4).

В задачах с фотометрії використовують такі поняття, як світловий потік, сила світла джерела, освітленість.

Під світловим потоком $\Delta\Phi$ розуміють значення променистої енергії, що протікає за одиницю часу через деяку поверхню.

Сила світла I джерела є величина, що вимірюється відношенням світлового потоку $\Delta\Phi$, який випромінює джерело в тілесний кут $\Delta\Omega$, до значення цього кута

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}.$$

Сила світла вимірюється в канделах (кд), світловий потік – в люменах (лм).

Освітленістю поверхні E називають відношення світлового потоку $\Delta\Phi$, що падає на неї, до її площі ΔS:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}.$$

Для точкового джерела світла освітленість можна визначити за формулою

$$E = \frac{I}{r^2} cos\,\alpha,$$

де α – кут падіння променів, r – відстань від джерела світла до місця падіння променя.

Освітленість вимірюється в люксах (1лк=1кд/м^2).

б) Фізична оптика.

В цьому розділі вчення про світло розглядаються властивості світла, його взаємодія з речовиною, в якій відбувається поширення світла, з’ясовується процес поширення світла, фізична природа світла та ін..

У хвильовій теорії світла, яка була основною теорією до кінця XIX ст., світло розглядалося як процес поширення поперечних електромагнітних хвиль. Частота ν світлової хвилі монохроматичного світла пов’язана з його довжиною хвилі λ співвідношенням

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda},$$

де υ – швидкість поширення світла в певному середовищі.

Максимальну швидкість поширення, яка не залежить від довжини світлової хвилі, має світло у вакуумі. Ця швидкість c=3·10^{8}м/с і є граничною швидкістю протікання процесів в природі. При переході з вакууму в середовище світло змінює свою швидкість поширення і тому відбувається заломлення світлового променя. У будь-яких середовищах найбільшою буде швидкість поширення червоного світла, найменшою – фіолетового.

Відношення швидкості поширення світла у вакуумі c до швидкості поширення світла у певному середовищі υ є абсолютним показником заломлення n цього середовища:

$$n = \frac{c}{\upsilon}.$$

Відносним показником заломлення двох середовищ є

$$n_{21} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

де n_{21} – показник заломлення другого середовища відносно першого.

Внаслідок того що швидкість поширення світла червоного кольору в середовищі найбільша, абсолютний показник заломлення для довгих світлових хвиль є найменшим. Для фіолетового світла показник заломлення є найбільшим. Тому світло на межі двох середовищ розкладається в спектр-явище дисперсії.

Для світлових хвиль є характерними всі процеси, які властиві для хвиль іншої природи, зокрема явища інтерференції і дифракції. Для спостереження інтерференції світлових хвиль треба мати не менше двох когерентних джерел світла. Когерентність світлових хвиль це узгоджене протікання в часі і просторі декількох коливальних або хвильових процесів. У точці простору, в яку прийшли світлові хвилі від двох когерентних джерел, спостерігається підсилення коливань, якщо коливання в цій точці збігаються за фазою, при накладанні коливань з протилежними фазами відбувається послаблення їх, причому, якщо амплітуди обох коливань однакові, то можна спостерігати повне гасіння їх.

В хвильовій оптиці користуються поняттям оптичного шляху, пройденого променем – це добуток геометричного шляху на абсолютний показник заломлення середовища.

Якщо через Δl позначити оптичну різницю ходів двох світлових променів, які потрапляють в певну точку простору, то умова максимуму запишеться так:

$$\Delta l = m\lambda,$$

а умова мінімуму:

$$\Delta l = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2},$$

де m = 0, 1, 2, ... , а λ – довжина хвилі.

Явище дифракції світла як відхилення променя від прямолінійного поширення його при зустрічі з перешкодою підтверджує хвильову природу світла. При цьому світлова хвиля буде заходити в область геометричної тіні.

Велике практичне значення має дифракція, що спостерігається при проходженні світла через одномірну дифракційну решітку – систему паралельних щілинок рівної ширини, що лежать в одній площині і розділені рівними за шириною непрозорими проміжками. Загальна ширина щілинок і непрозорого проміжку називається постійною (періодом) дифракційної решітки d.

Оптична різниця ходу двох променів, які поширюються від двох відповідних точок сусідніх щілин дифракційної решітки з періодом d під кутом φ, буде $\Delta l = d\sin\varphi$ при умові, що первинний паралельний пучок світла падає на решітку нормально.

Отже умовою максимуму інтерференційної картини, одержуваної за допомогою решітки, буде виконання такої умови:

$$d\sin\varphi = m\lambda .$$

Умова мінімуму:

$$d\sin\varphi = (2m+1)\frac{\lambda}{2}.$$

В задачах на явища інтерференції, наприклад на кільця Ньютона, інтерференцію на тонких плівках, оптичну різницю ходу когерентних променів від їх виникнення до точки накладання хвиль потрібно знаходити геометричним методом і порівнювати її з довжиною хвилі.

У задачах, в яких має місце відбивання променя від оптично більш густого середовища, відбувається втрата півхвилі, що і необхідно враховувати при підрахунках різниці ходу променів.

У ряді явищ (фотоефект, поглинання та випромінювання світла, тощо) проявляється квантова природа світла. Світловий потік згідно з квантовою теорією світла є потоком квантів або фотонів, енергія яких визначається за формулою

$$E = h\nu,$$

де ν – частота світлової хвилі;

h =6,62·10^{-34} Дж·с – стала Планка.

Квант світла, або фотон, подібно до інших частинок має масу руху

$$m_{ф} = \frac{h\nu}{c^2},$$

а також імпульс

$$P_{ф} = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

де c – швидкість поширення світла у вакуумі;

λ – довжина хвилі.

Явище фотоефекту (зовнішнього) – виривання з поверхні речовини електронів під дією світла – можна пояснити лише на основі квантової природи світла. Це явище описується рівнянням Ейнштейна (закон збереження і перетворення енергії для явища фотоефекту):

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon^2}{2},$$

де m – маса електрона; A – робота виходу електрона з металу; υ – швидкість електрона, що покинув метал.

Червона межа фотоефекту визначається із співвідношення

$$\nu_{гр} = \frac{A}{h},$$

де $\nu_{гр}$ – найменша частота світла, яке ще спроможне викликати явище фотоефекту в певному металі.

1.2 Основні закони і формули з оптики, атомної і ядерної фізики

1. Формула сферичного дзеркала

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R}, \quad \text{або} \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \qquad (1.1)$$

де d – відстань від предмета до дзеркала;

f – відстань від зображення до дзеркала;

F – фокусна відстань дзеркала;

R – радіус сфери, частиною якої є сферичне дзеркало.

2. Закон заломлення світла

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \tag{1.2}$$

де n_1 і n_2 – абсолютні показники заломлення середовищ;

α і β – кути між променями і перпендикуляром до границі розподілу середовищ.

3. Формула тонкої лінзи

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \quad \text{або} \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \tag{1.3}$$

де d – відстань від предмета до лінзи;

f – відстань від зображення до лінзи;

n – відносний показник заломлення матеріалу лінзи по відношенню до середовища, в якому знаходиться лінза;

R_1 і R_2 – радіуси сферичних поверхонь, якими обмежена лінза.

4. Формула збільшення зображення

$$K = \frac{H}{h} \quad \text{або} \quad K = \frac{f}{d} \tag{1.4}$$

де H – висота зображення предмета;

h – висота предмета, розташованого перпендикулярно до головної оптичної осі лінзи.

5. Сила світла

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \tag{1.5}$$

де $\Delta\Phi$ – світловий потік;

$\Delta\Omega$ – тілесний кут.

6. Освітленість поверхні E точковим джерелом світла

$$E = \frac{I}{r^2} cos\,\alpha \qquad (1.6)$$

де r – відстань від джерела світла до місця падіння променя;

α – кут падіння променя.

7. Умова максимуму і мінімуму інтерференційної картини, одержуваної за допомогою дифракційної решітки.

$$d\,sin\,\varphi = \kappa\lambda \;\text{ і }\; d\,sin\,\varphi = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (1.7)$$

де κ=0, 1, 2, ... – порядок максимуму;

d – період решітки;

φ – кут, під яким спостерігається максимум чи мінімум.

8. Енергія фотона

$$E = h\nu, \qquad (1.8)$$

де ν – частота світлової хвилі;

h =6,62·10^{-34} Дж·с – стала Планка.

9. Маса фотона

$$m_ф = \frac{h}{c\lambda}, \qquad (1.9)$$

де c=3·10^{8} м/с – швидкість світла в вакуумі.

10. Імпульс фотона

$$P_ф = \frac{h}{\lambda}, \qquad (1.10)$$

11. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{max}^2}{2}, \qquad (1.11)$$

де A – робота виходу електрона з металу;

υ_{max} – швидкість електрона.

12. Червона межа фотоефекту

$$\nu_{гр} = \frac{A}{h}, \qquad (1.12)$$

де $\nu_{гр}$ – найменша частота світла, яке ще спроможне викликати явище фотоефекту в певному металі.

13. Дефект маси при утворенні ядра хімічного елемента

$$\Delta m = Z \cdot m_{{}^1_1H} + (A - Z)m_n - M_a, \qquad (1.13)$$

де Z – число протонів в ядрі з масою атома M_a;

$m_{{}^1_1H}$ – маса атома протія;

A – число нуклонів в ядрі;

m_n – маса нейтрона.

14. Енергія зв'язку нуклонів в ядрі

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \qquad (1.14)$$

Якщо дефект маси визначити в атомних одиницях маси, а енергію зв'язку в МеВ, то

$$\Delta E = \Delta m \cdot 931{,}5.$$

1.3 Приклади розв'язування задач з оптики

Задача 1.1 За допомогою вгнутого сферичною дзеркала потрібно одержати дійсне в два рази збільшене зображення предмета. Розрахувати, на якій відстані від дзеркала потрібно поставити предмет і на якій відстані від дзеркала буде зображення, якщо радіус кривизни дзеркала 60 см.

Дано:

K=2

R=60 см

d-? f -?

Розв'язання

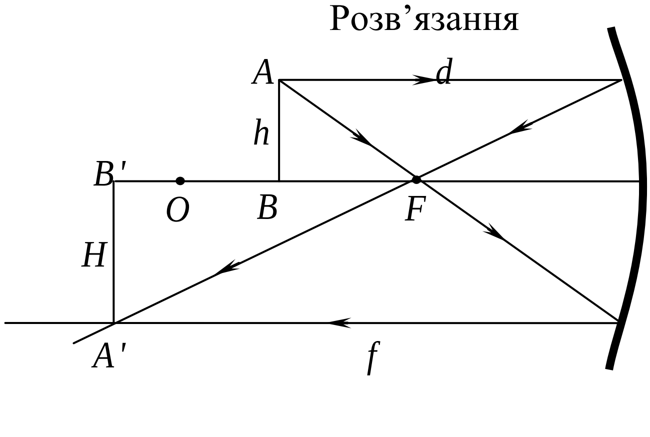


Рис. 1.4

Залежність між відстанню d від предмета до дзеркала, відстанню f від зображення до дзеркала і радіусом R кривизни дзеркала має вигляд

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R} \qquad (1)$$

В цій задачі дзеркало вгнуте, а зображення, за умовою, дійсне. Тому в рівнянні (1) члени $\frac{2}{R}$ і $\frac{1}{f}$ беруться із знаком плюс. У рівнянні (1) маємо дві невідомих величини: d і f. Щоб їх визначити, треба мати ще одне рівняння, в яке входять ці величини. Скориставшись тим фактом, що зображення предмета повинно бути більшим від самого предмета у два рази, можемо записати:

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d} \qquad (2)$$

і, розв'язавши систему рівнянь (1) і (2), визначити шукані величини.

З Формули (2) $f = \frac{H}{h} d$. Підставимо це значення в рівняння (1): $\frac{1}{d} + \frac{1}{\frac{H}{h} d}$.

Нехай $\frac{H}{h} = K$. Тоді $d = \frac{K+1}{2K} R$.

Але $f = Kd$, отже, $f = \frac{K(K+1)}{2K} R = \frac{(K+1)}{2} R$.

Тоді $d = \frac{3}{2 \cdot 2} \cdot 60 = 45$ см; $f = \frac{3 \cdot 60}{2} = 90$ см.

Задача 1.2 На якій відстані від обличчя потрібно тримати вгнуте сферичне дзеркало з фокусною віддаллю 30 см для того, щоб одержати збільшене у п’ять разів зображення обличчя?

Дано:
F=30см
K=5
d-?

Розв’язання

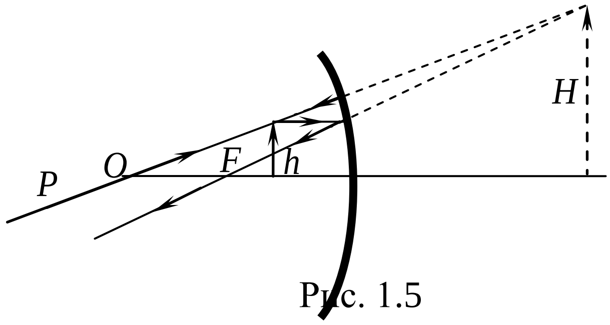


Рис. 1.5

У формулі $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$ перед другим членом потрібно взяти знак "–", бо зображення в нашому випадку буде уявним. Отже, $\frac{1}{d}-\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$. З формули $\frac{H}{h}=\frac{f}{d}$ знаходимо $f=d\frac{H}{h}$.

Знаючи, що $\frac{H}{h}=K$ і значить $f=Kd$, а тому $\frac{1}{d}-\frac{1}{Kd}=\frac{1}{F}$. Звідси $d=\frac{K-1}{K}F$; тобто $d=\frac{5-1}{5}\cdot 30=24$см.

Задача 1.3 Опукле сферичне дзеркало має радіус кривизни 1м. На відстані 0,2м від дзеркала розташовано предмет висотою 10см. Знайти положення і висоту зображення.

Дано:
R=1м
d=0,2м
h=0,1м

f-? H-?

Розв’язання

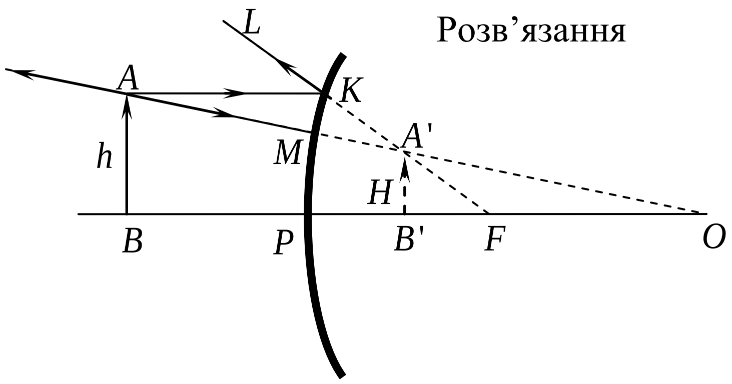


Рис. 1.6

Виконаємо за умовою задачі рисунок 1.6. З точки А проводимо промінь АК паралельний головній оптичній осі. Відбившись від дзеркала цей промінь буде розповсюджуватись в напрямку KL, а його продовження пройде через фокус F. Другий промінь АМ проведемо в напрямку на центр О дзеркала. Кут падіння цього променя дорівнює нулю, а тому вік, відбившись від дзеркала, пройде вздовж лінії ОА. Продовження променя АМ перетинається з продовженням променя АК в точці А' , яка буде уявним зображенням точки А, а А´ В´ - уявним зображенням предмета АВ.

Розрахуємо теоретично значення величин H і f. Формула дзеркала для цього випадку буде мати вигляд

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=-\frac{2}{R} \qquad (1)$$

У правій частині рівняння (1) знак "–", бо дзеркало опукле і його фокус уявний.

З формули (1)

$$f=-\frac{Rd}{2d+R}=-\frac{1\cdot 0{,}2}{2\cdot 0{,}2+1}=-\frac{1}{7}\text{ м.}$$

Знак мінус у відповіді означає, що зображення, яке утворюється, є уявним. Знайдемо висоту зображення H, використовуючи співвідношення

$$\frac{h}{H}=\frac{d}{f} \qquad (2)$$

З (2) маємо

$$H=\frac{hf}{d};\quad H=\frac{0{,}1\cdot 1}{0{,}2\cdot 7}=\frac{1}{14}\text{ м.}$$

Задача 1.4 Якої висоти потрібно взяти плоске дзеркало, щоб людина могла себе в ньому побачити на повний зріст?

Розв'язання

Умовно зобразимо людину стрілкою BA. У точці C – очі людини. Введемо позначення $AB=L$, $AC=l$, MN – безмежно високе плоске дзеркало.

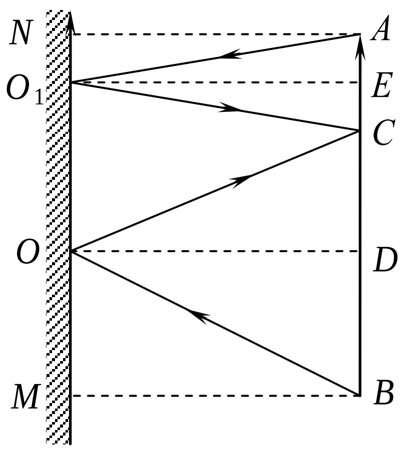


Рис. 1.7

Щоб людина могла побачити себе в дзеркалі повністю, необхідно, щоб промені світла, які йдуть від ніг людини (точки В), відбившись від дзеркала, попали в очі людини. З рисунка видно, що частина дзеркала від точки О вниз непотрібна. З тих же міркувань, щоб побачити верхню частину голови, та частина дзеркала, що лежить вище точки O_1 теж непотрібна. Отже дзеркало потрібне розмірів $OO_1=DE$.

З рисунка (1.7)

$$DE = DC + CE\,,\; DC = \frac{L-l}{2}\,,\; CE = \frac{l}{2}\,.$$

Таким чином

$$OO_1 = \frac{L-l}{2} + \frac{l}{2} = \frac{L}{2}\,.$$

Висновок: щоб людина могла себе повністю побачити в плоскому дзеркалі, висота дзеркала повинна дорівнювати половині росту людини. Нижній край дзеркала (точка O) потрібно розташувати від підлоги на висоті $BD = \frac{L-l}{2}$.

Задача 1.5 На рис.1.8, а,б показано положення осі сферичного дзеркала MN, точки S і її зображення S'. Знайти побудовою положення вершини дзеркала і його центра для обох випадків.

Розв’язання

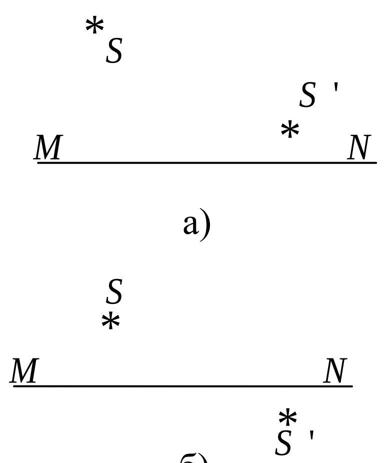


Рис.1.8

Як видно з докладного розгляду трьох попередніх задач на сферичні дзеркала, уявні зображення є завжди прямими, а дійсні – оберненими. Таким чином, для випадку *а* зображення є уявним, а для випадку *б* – дійсним. Дійсне зображення можна дістати за допомогою тільки вгнутого дзеркала, уявні – вгнутого і опуклого, залежно від розташування точки *S* відносно фокуса дзеркала. Отже, зображення *б* одержане за допомогою вгнутого дзеркала. Оскільки точка *S'* розташована ближче до оптичної осі *MN* дзеркала, ніж точка *S*, то зображення в даному випадку зменшене. Предмет міститься за оптичним центром дзеркала. Зображення *S'* для випадку *а* розташоване ближче до оптичної осі, ніж точка *S*. Це може бути, якщо для утворення зображення *а* застосувати опукле дзеркало, бо в опуклому дзеркалі зображення є завжди зменшеним і уявним. Для вгнутого дзеркала уявне зображення завжди є збільшеним.

З наведених міркувань робимо загальні висновки. Зображення *а* одержано за допомогою опуклого дзеркала, оскільки воно є уявним, прямим і зменшеним. Зображення *б* одержано за допомогою вгнутого дзеркала, бо воно є дійсним, оберненим. Точка *S* розташована за оптичним центром дзеркала, бо зображення є зменшеним.

Виконаємо побудову для випадку *а* (рис.1.9)

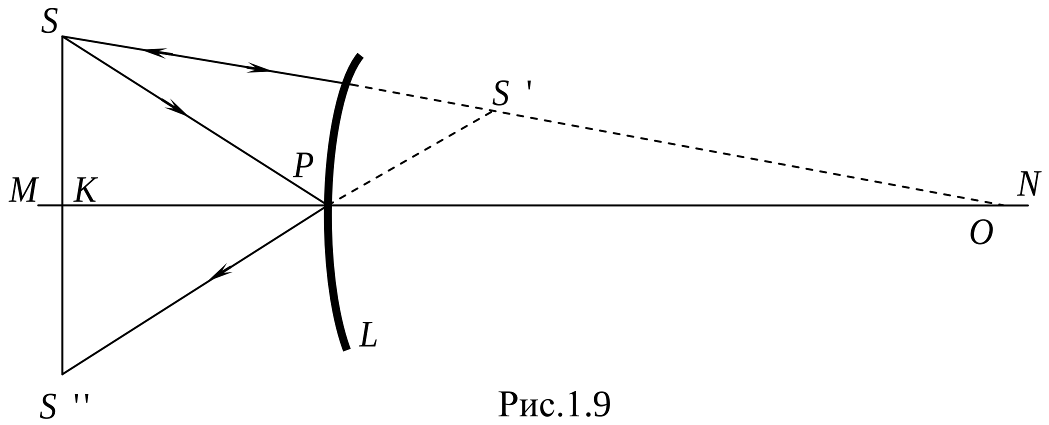


Рис.1.9

Уявимо, що з точки *S* на опукле дзеркало, положення якого нам невідоме, спрямовано промінь, що проходить через його оптичний центр (також невідомий). Відбитий промінь піде в зворотному напрямі і пройде через точку *S'*. Отже, щоб знайти оптичний центр *O* дзеркала сполучимо точку *S* з *S'* і продовжимо пряму до перетину з віссю *MN* в точці *O*. Точка *O* і буде оптичним центром дзеркала. Якби з точки *S* послати на опукле дзеркало, положення якого невідоме, промінь, який падає в полюс дзеркала, то відбитий промінь пішов би під таким кутом до оптичної осі, як і падаючий, тобто відбитий промінь пройшов би через точку *S''*, яка симетрична точці *S* відносно оптичної осі дзеркала *MN*. На продовженні цього відбитого променя лежить точка *S'*. Щоб показати цей промінь на рисунку, будемо йти навпаки: спочатку побудуємо точку *S''* (*KS*=*KS''*). Сполучимо точки *S´´* і *S* – ми показали напрям відбитого променя, якщо падаючий промінь попадає в полюс дзеркала. Точка перетину прямої *S''S´* з оптичною віссю *MN* і є полюсом дзеркала.

Поставивши ніжку циркуля в точку *O*, радіусом *OP* креслимо поверхню дзеркала *LL*.

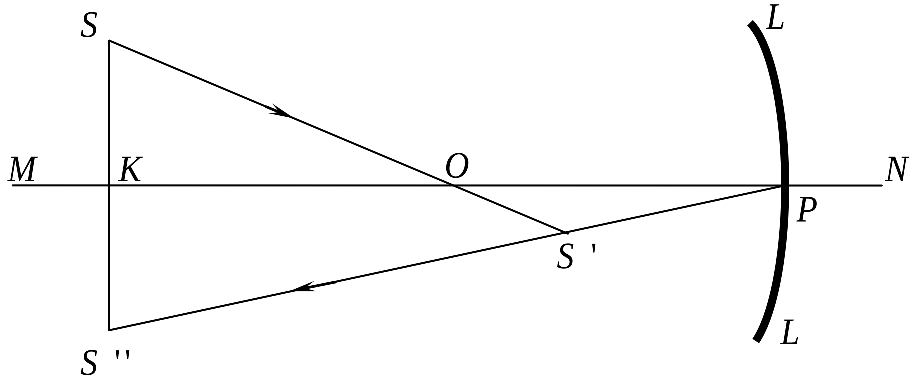


Рис. 1.10

У випадку *б* хід міркувань аналогічний. Сполучимо точки *S* і *S′* (рис.1.10). Точка *O* перетину *SS′* з *MN* є оптичним центром дзеркала. Щоб знайти положення полюса дзеркала, побудуємо точку *S″* симетричну точці *S* відносно оптичної осі *MN*. Сполучимо точку *S″* з точкою *S′*, пряму *S″S′* продовжимо до перетину з *MN* в точці *P*, яка і є шуканим полюсом дзеркала. Розхилом циркуля *OP* з центром у точці *O* нарисуємо частину сферичної поверхні дзеркала *LL*.

Задача 1.6 Із тонкого скла виготовили дві тонкі пустотілі лінзи, обмежені сферичними поверхнями однакового радіуса кривизни, який дорівнює 20см. Розрахувати фокусну відстань лінз, якщо вони перебувають у воді і одна з них двоякоопукла, а друга двояко вгнута. Товщиною стінок лінз знехтувати.

Дано:	Розв'язання
$R_1 = R_2 = R = 0{,}2$м	З формули лінзи
$n_1=1$	$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$
$n_2=1{,}33$	
F_1-? F_2-?	маємо

$$F = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)}.$$

З урахуванням умови задачі $F = \dfrac{R}{2(n-1)}$.

В цій формулі $n = \dfrac{n_1}{n_2}$ – відносний показник заломлення матеріалу лінзи відносно навколишнього середовища. Вважаємо, що в лінзі вакуум (хоч насправді в ній повітря). Для опуклої лінзи $R > 0$, а для вгнутої $R < 0$.

Тоді $F_1 = \dfrac{20}{2(0{,}75-1)} = -40$ см; $F_2 = \dfrac{-20}{2(0{,}75-1)} = 40$ см.

Таким чином, у даному випадку опукла лінза – розсіювальна, а вгнута – збиральна, тому що $F_1 < 0$, а $F_2 > 0$.

Задача 1.7 Відстань між предметом і його прямим збільшеним у два рази зображенням, одержаним за допомогою тонкої лінзи, дорівнює L. Знайти оптичну силу лінзи і з'ясувати характер зображення (дійсне чи уявне).

Розв'язання

Зображення предмета пряме, отже, воно повинно бути уявним. Зображення збільшене, отже його дістали за допомогою збиральної лінзи, бо розсіювальна лінза завжди дає уявні, зменшені зображення. Лінза, описана в цій задачі, називається лупою.

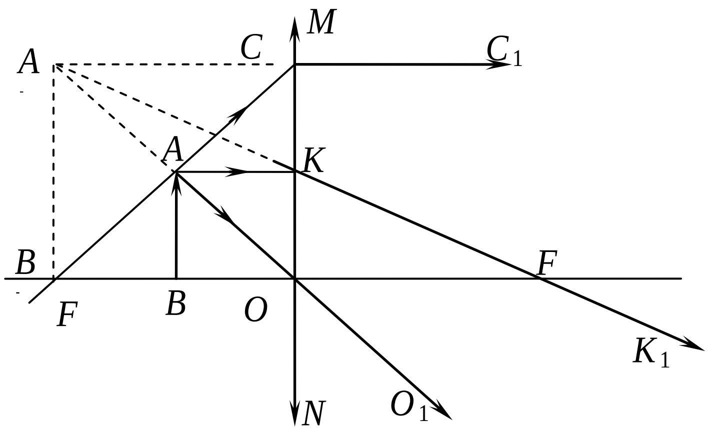


Рис. 1.11

Виконаємо побудову (рис.1.11). Щоб одержати пряме, уявне і збільшене зображення, предмет розташовуємо між Фокусом і поверхнею тонкої збиральної лінзи *MN*. Для побудови зображення предмета *AB* досить побудувати зображення лише однієї його точки *A*. Зображення точки *B* буде лежати на головній оптичній осі лінзи *FF*. З точки *A* проведемо два промені з трьох, хід яких через лінзу знаємо наперед.

1) промінь *AK* паралельний головній оптичній осі лінзи. Заломлений промінь KK_1, пройде через головний фокус лінзи *F*;

2) промінь *AO* проходить через оптичний центр лінзи, тобто вздовж її побічної осі. Цей промінь пройде через лінзу, не змінюючи свого напрямку;

3) промінь *FA*, що проходить через головний фокус лінзи (передній фокус). Заломлений промінь CC_1 піде паралельно головній оптичній осі.

Заломлені лінзою промені OO_1, KK_1, і CC_1 є розбіжними, тобто не утворюють дійсного зображення предмета. Спостерігач, очі якого сприймають світло, розсіяне лінзою *MN* від точки *A*, побачить зображення A' точки у точці перетину продовжених променів OO_1, KK_1 і CC_1. З точки A' опустимо перпендикуляр на *FF*. Точка перетину перпендикуляра з головною оптичною віссю і є зображенням B' точки *B*. Отже, зображення дістали тільки завдяки властивості ока людини перетворювати розбіжні промені у збіжні. Зображення $A'B'$ предмета *AB* є уявним, прямим, збільшеним.

Згідно з умовою задачі: $\dfrac{A'B'}{AB} = 2$; $A'B' = H$; $AB = h$. $\Delta OBA \sim \Delta OB'A'$.

Отже, $\dfrac{H}{h} = \dfrac{OB'}{OB}$, де $OB' = f$ – відстань від лінзи до зображення; $OB = d$ – відстань від лінзи до предмета.

Отже, маємо формулу для визначення збільшення зображення.

$$2 = \frac{f}{d} \Rightarrow f = 2d$$

За умовою задачі відстань між предметом і його зображенням дорівнює L. Звертаючись до рисунка, бачимо $L = FB = FO - OB = f - d$. Таким чином маємо два рівняння $f - d = L$ і $f = 2d$. Звідси випливає, що $d = L$, а $f = 2L$.

Використаємо формулу тонкої сферичної лінзи. Оскільки зображення уявне, то перед членом $\frac{1}{f}$ потрібно поставити знак "–":

$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$, де $\frac{1}{F} = D$ – оптична сила лінзи. $D = \frac{1}{L} - \frac{1}{2L} = \frac{1}{2L}$.

Задача 1.8 На лінзу *MN* (рис.1.12) падає промінь *AB*. Накреслити хід променя, що вийшов з лінзи.

Розв'язання

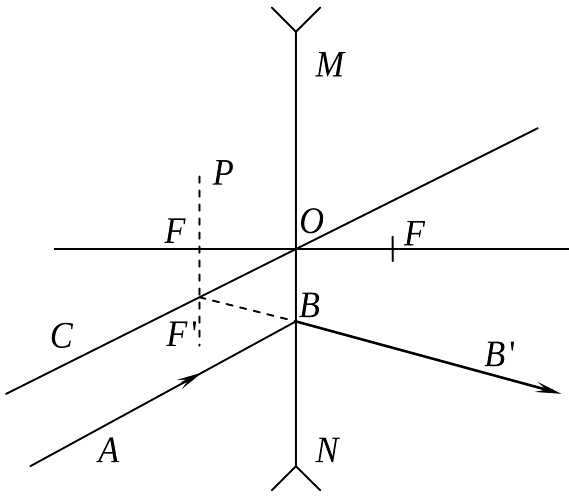
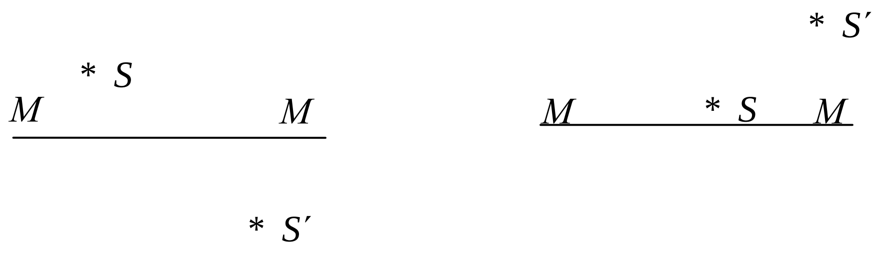


Рис.1.12

Щоб розв'язати цю задачу, використаємо той факт, що пучок паралельних променів, які йдуть в напрямку побічної оптичної осі *CO* лінзи, розсіюються лінзою так, ніби вони виходять з однієї точки F_1. Ця точка лежить у фокальній площині лінзи *FP* і є уявним фокусом розсіювальної лінзи. Отже, побудову здійснюємо так. Показуємо фокальну площину лінзи *FP*. Через оптичний центр лінзи проводимо побічну оптичну вісь лінзи *CO*, паралельну падаючому променю *AB*. Точка F_1 є уявним побічним фокусом лінзи. Пунктирною лінією сполучаємо точки F_1 і B. Промінь вийде з лінзи в напрямку *BB´*.

Задача 1.9 На рис.1.13,а,б показано оптичну вісь *MM* тонкої лінзи, світну точку *S* і її зображення *S'*. Знайти побудовою положення центра лінзи та її фокусів.

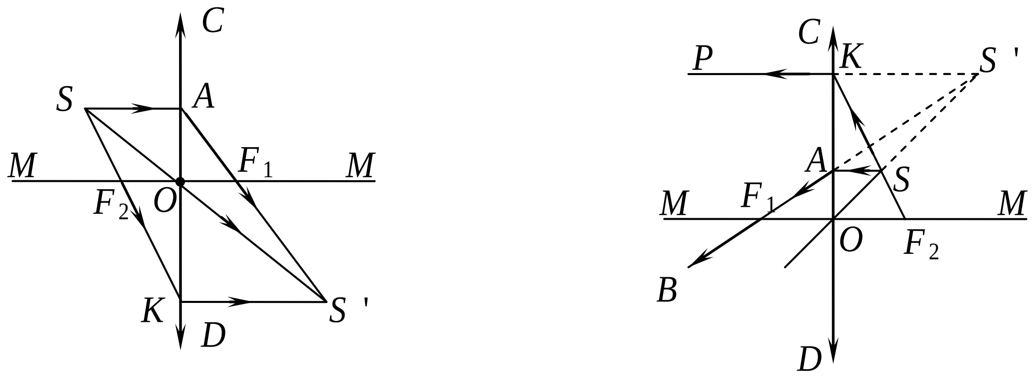


а) б)

Рис. 1.13

Розв’язання

Промінь, який проходить з точки *S* через оптичний центр лінзи, останньою не заломлюється. Отже, щоб знайти центр лінзи, досить сполучити прямою лінією точки *S* і *S*′ (рис. 1.14,а,б).



а) б)

Рис. 1.14

Точка 0 перетину *SS'* з головною оптичною віссю *MM* і є центром лінзи. Проводимо площину лінзи *CD*. Як видно з рис.1.13, для випадку „*а*” *S* і *S'* лежать по різні сторони від лінзи – зображення дійсне, обернене, збільшене. Отже, лінза *CD* – збиральна. Для випадку „*б*” також лінза збиральна, бо розсіювальна лінза дає завжди уявне, зменшене зображення. На рисунку ж зображення уявне, але збільшене. Проводимо промінь *SA*, паралельний головній оптичній осі MM. Він заломиться лінзою, перетнувшись з променем

SS' у точці S' (рис.1. 14,а). Точка перетину *ММ* з AS' і є фокусом лінзи F_1. Для випадку „*б*” промінь *SA* заломиться лінзою так, що його продовження перетнеться з *SO* у точці S'. Точка перетину *AB* з прямою *ММ* і є фокусом лінзи F_1.

При умові, що S' є дійсним зображенням, якщо світну точку поставити в точці S', то її зображення буде в точці *S*. Використаємо це для відшукання другого фокуса лінзи.

Випадок „а”. З точки S' проводимо промінь $S'K$, паралельний *ММ*. Промінь заломиться і пройде через точку *S*. Точка F_2 перетину *KS* з *ММ* і буде другим фокусом лінзи.

Випадок „б”. Якщо на лінзу з точки *S* послати промінь, який проходить через другий фокус лінзи F_2 то, заломившись лінзою, промінь піде в напрямку *КР*. Точка F_2 перетину *SК* з *ММ* і є другим фокусом лінзи. (Положення *К* знаходимо, провівши $S'K$ паралельно *ММ*).

Оскільки лінзи тонкі, то фокусні відстані OF_1 і OF_2 однакові, тому положення точки F_2 можна знайти, відклавши по другу сторону лінзи $OF_2 = OF_1$.

Задача 1.10 Збиральна лінза дає на екрані чітке зображення предмета, яке в K=2 рази більше цього предмета. Відстань від предмета до лінзи на l=6см перевищує її фокусну відстань. Знайти відстань *f* від лінзи до екрана.

Дано:	Розв’язання
K=2	Застосуємо відомі нам формули лінзи $\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{d}$, а також
$d=F+l$	
f-?	збільшення зображення $K=\frac{f}{d}$ і умову задачі.

Тоді $d=\frac{f}{K}$, а $F=d-l=\frac{f}{K}-l=\frac{f-Kl}{K}$.

Таким чином, формула лінзи буде мати вигляд:

$$\frac{K}{f-Kl}=\frac{K}{f}+\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{K}{f-Kl}=\frac{K+1}{f}\Rightarrow Kf=Kf-K^2l+f-Kl\Rightarrow$$
$$f=K(Kl+l)=Kl(K+1).$$
$$f=2\cdot 6(2+1)=36\,\text{см.}$$

Задача 1.11 Точковий предмет рухається по дузі кола з швидкістю υ_1=3см/с навколо осі збиральної лінзи в площині, що перпендикулярна до головної оптичної осі лінзи і віддалена від лінзи на відстані d=1,5F, де F – фокусна відстань лінзи. В якому напрямку і з якою швидкістю υ_2 рухається зображення предмета?

Дано:
υ_1=3см/с
$d=1,5F$
υ_2-?

Розв’язання

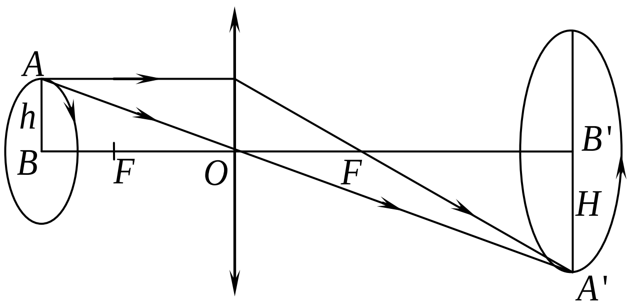


Рис. 1.15

На рис.1.15 показано ситуацію, яка описана в задачі. Знайдемо залежність між висотою зображення $A'B'$ і висотою предмета AB, які позначимо через H і h. Як відомо збільшення зображення знаходиться за формулою $K=\frac{H}{h}$ і одночасно $K=\frac{f}{d}$. З формули лінзи

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{1}{F}-\frac{1}{d}=\frac{1}{F}-\frac{1}{1{,}5F}=\frac{0{,}5}{1{,}5F}=\frac{1}{3F}\Rightarrow f=3F$$

Знайшовши f, обчислимо $K=\frac{f}{d}=\frac{3F}{1{,}5F}=2$.

Якщо точка А рухається в площині, перпендикулярній головній оптичній осі, по колу радіуса h, то зображення буде рухатись по колу радіуса H. Як видно з рисунка напрямок швидкостей у точки і її зображення протилежний.

За один і той же час (наприклад, період T) точка пройде шлях, рівний довжині кола радіуса h, а її зображення – довжині кола радіуса H. Тобто, $2\pi h = \upsilon_1 T$ і $2\pi h = \upsilon_2 T$.

Відношення $\dfrac{2\pi h}{2\pi H} = \dfrac{\upsilon_1 T}{\upsilon_2 T} \Rightarrow \dfrac{h}{H} = \dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2} \Rightarrow \upsilon_2 = \upsilon_1 \dfrac{H}{h} \Rightarrow \upsilon_2 = \upsilon_1 K = 2\upsilon_1$.

Таким чином швидкість руху зображення $\upsilon_2 = 2\upsilon_1 = 6$ см/с.

Задача 1.12 Визначити оптичну силу об’єктива фотоапарата, яким фотографують місцевість з літака на висоті 5км в масштабі 1:20000. В якому масштабі одержимо знімок, якщо цим фотоапаратом виконати фотографування поверхні Землі, з штучного супутника, що знаходиться на висоті 250 км?

Дано:
$d_1 = 5\cdot 10^3$ м
$d_2 = 2{,}5\cdot 10^5$ м
K_1=1:20000

D-? K_2-?

Розв’язання

Запишемо формулу лінзи через оптичну силу

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$$

З урахуванням того, що масштаб і є збільшення

$$K_1 = \frac{f}{d_1} \Rightarrow f = K_1 d_1$$

Тоді формула лінзи матиме вигляд

$$D = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{Kd_1} \Rightarrow D = \frac{K_1 + 1}{K_1 d_1}; \quad D = \frac{1 + \dfrac{1}{K_1}}{d_1} = \frac{20001}{5\cdot 10^3} = 4\,(\text{gnтр}).$$

Останню формулу після перетворення запишемо у вигляді

$$Dd_2 = 1 + \frac{1}{K_2} \Rightarrow \frac{1}{K_2} = Dd_2 - 1 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{Dd_2 - 1}.$$

Для нашого випадку

$$K_2 = \frac{1}{4\cdot 2{,}5\cdot 10^5 - 1} = \frac{1}{10^6}.$$

Тобто K_2=1:1000000.

Задача 1.13 Кінооператору необхідно сфотографувати автомобіль, що рухається з швидкістю 72км/г на відстані 26м від оператора. Фокусна відстань об'єктива кінокамери 13мм. Яка повинна бути експозиція, щоб розмитість контурів зображення не перевищувала 0,05 мм?

Дано:
υ=20 м/с
d=26 м
$F=13\cdot10^{-3}$м
$H=5\cdot10^{-5}$м

t-?

Розв'язання

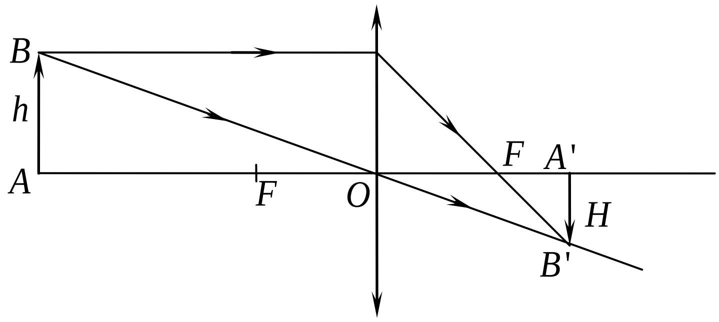


Рис. 1.16

З рисунка 1.16 випливає такий висновок: якщо точка предмета буде рухатись в напрямку до B то її зображення буде переміщатись від A_1 до B_1. За той час, коли точка A пройде шлях до B, тобто $h = \upsilon t$, точка A, пройде відстань A_1B_1. Чим більше часу буде відкрито об'єктив, тим довший шлях по плівці пройде точка A_1 і тим більша буде її розмитість. Отже можна вважати, що H і є розмитість контурів зображення.

Користуючись формулою збільшення зображення, маємо

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d} \Rightarrow \frac{H}{\upsilon t} = \frac{f}{d} \Rightarrow f = \frac{Hd}{\upsilon t}.$$

За формулою лінзи

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{\upsilon t}{Hd} \Rightarrow \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{\upsilon t}{Hd} \Rightarrow$$

$$\frac{d-F}{Fd} = \frac{\upsilon t}{Hd} \Rightarrow \frac{d-F}{F} = \frac{\upsilon t}{H} \Rightarrow t = \frac{H(d-F)}{\upsilon F}$$

$$t = \frac{5\cdot10^{-5}\left(26 - 13\cdot10^{-3}\right)}{20\cdot13\cdot10^{-3}} = 5\cdot10^{-3}\,\text{с}.$$

Задача 1.14 Збиральна лінза дає чітке зображення деякого предмета на екрані. Висота зображення рівна *а*. Залишаючи нерухомими екран і предмет, починають рухати лінзу до екрану і знаходять, що при другому чіткому зображенні предмета висота зображення рівна *в*. Знайти висоту предмета *h*.

Розв’язання

Збільшення зображення в кожному з цих випадків можна записати у вигляді рівностей

$$\frac{a}{h}=\frac{f_1}{d_1} \text{ і } \frac{в}{h}=\frac{f_2}{d_2},$$

де f_1, d_1, f_2, d_2 – відповідно відстані від зображення до центра лінзи і від предмета до цього ж центра в першому і другому випадках.

Запишемо формули лінзи для обох випадків

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1}=\frac{1}{F} \text{ і } \frac{1}{d_2}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{F}$$

Останні рівності можливі в тому випадку, коли $d_1=f_2$ і $d_2=f_1$, тобто спостерігається обратимість світових променів: джерело можна замінити зображенням, а зображення – джерелом, змінивши всі стрілки, що показують напрямок променів, на протилежні.

Перемножимо рівності збільшення зображень

$$\frac{a}{h}\cdot\frac{в}{h}=\frac{f_1}{d_1}\cdot\frac{f_2}{d_2}.$$

Замінивши d_1 на f_2 і d_2 на f_1, одержимо $\frac{aв}{h^2}=1 \Rightarrow h=\sqrt{aв}$.

Задача 1.15 Предмет знаходиться на відстані *а*=0,1м від переднього фокуса збиральної лінзи, а екран, на якому виникає чітке зображення предмета, розташований на відстані *в*=0,4м від заднього фокуса лінзи. Знайти фокусну відстань лінзи. З яким збільшенням одержимо зображення предмета?

Дано:	Розв'язання
$d=a+F$	Підставивши в формулу лінзи $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$ умови задачі,
$f=в+F$	
F-? $к$-?	одержимо рівняння

$$\frac{1}{a+F}+\frac{1}{в+F}=\frac{1}{F}\Rightarrow\frac{a+в+2F}{(a+F)(в+F)}=\frac{1}{F}\Rightarrow$$

$$F(a+в)+2F^2=aв+(a+в)F+F^2\Rightarrow F^2=aв\Rightarrow F=\sqrt{aв}$$

$$F=\sqrt{0{,}1\cdot 0{,}4}=0{,}2\,\text{м}.$$

Збільшення $K=\frac{f}{d}=\frac{в+F}{a+F}=\frac{0{,}4+0{,}2}{0{,}1+0{,}2}=2$.

Задача 1.16 На шляху збіжного пучка променів поставимо збиральну лінзу з фокусною відстанню 7 см. В результаті промені зібрались в точці А на відстані 5 см від лінзи. На якій від стані від точки А зійдуться промені, якщо лінзу прийняти?

Розв'язання

Дано:	
F=7см	Як видно з рис.1.17 коли прийняти лінзу, промені перетнуться в точці В, де і буде предмет, а при наявності лінзи в точці А буде його зображення. Сам предмет В зникне, тобто він стане уявним і в формулі лінзи його відстань до лінзи треба брати зі знаком мінус.
f=5см	
l-?	

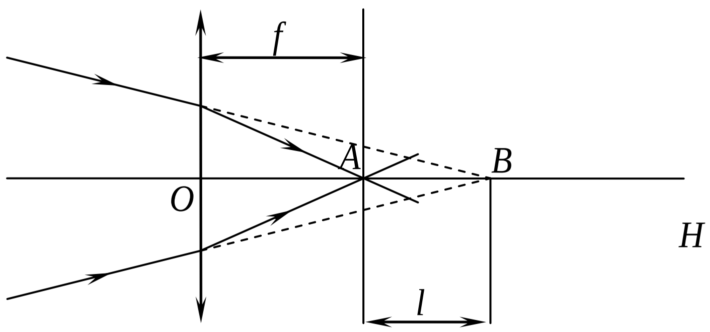


Рис. 1.17

Отже $$-\frac{1}{f+l}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}\Rightarrow\frac{f+l-f}{f(f+l)}=\frac{1}{F}\Rightarrow Fl=f^2+fl\Rightarrow$$

$$f^2 = l(F - f) \Rightarrow l = \frac{f^2}{F - f} = \frac{25}{2} = 12{,}5\,\text{см}$$

Задача 1.17 Дальнозорка людина може читати книгу, тримаючи її на відстані не менше 80см від ока. Яка повинна бути оптична сила окулярів, якими має користуватись ця людина, щоб читати книгу на відстані 25см?

Дано:
d=0,8м
d_0=0,25м
$D_{ок}$-?

Розв'язання

Якщо людина читає книгу без окулярів, то формула лінзи запишеться у вигляді

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D_{хр}, \qquad (1)$$

де f – відстань від хрусталика до сітчатки ока (хрусталик є збірна лінза), $D_{хр}$– оптична сила хрусталика.

Якщо ця людина читає в окулярах, то формула лінзи в даному випадку буде мати вигляд

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{f} = D_{хр} + D_{ок}, \qquad (2)$$

Лінза окулярів, як і хрусталик, в цій задачі вважаються тонкими лінзами і розташовані близько одна до одної. Тому загальна оптична сила окулярів і хрусталика буде рівна сумі їх оптичних сил.

Якщо відняти рівняння (1) від рівняння (2), одержимо

$$\frac{1}{d_0} - \frac{1}{d} = D_{ок}, \; D_{ок} = \frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{0{,}8} = 2{,}75\,(\text{дптр})$$

Задача 1.18 Людина, зріст якої 1,7м, рухається зі швидкістю 1м/с в напрямку до вуличного ліхтаря. В деякий момент часу довжина тіні людини була 1,8м, а через 2с довжина тіні стала 1,3м. На якій висоті знаходиться ліхтар?

Дано:

h=1,7м

υ=1м/с

l_1=1,8м

t=2с

l_2=1,3м

H-?

Розв'язання

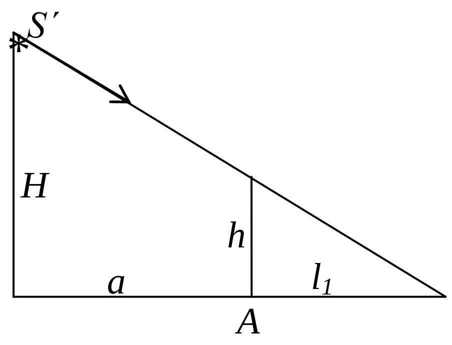


Рис. 1.18

На рис. 1.18 показана ситуація, коли людина вирушає з точки А і буде рухатись до стовпа висоти Н, на якому підвішено ліхтар. В цей момент довжина тіні людини була l_1. Позначимо відстань від людини в цей момент до стовпа через a. Тоді, розглядаючи подібні трикутники можна записати

$$\frac{H}{h}=\frac{a+l_1}{l_1}=\frac{a}{l_1}+1 \qquad (1)$$

Через проміжок часу t людина буде ближче до стовпа і відстань до нього буде $a-\upsilon t$, а довжина тіні стане l_2. Як і в випадку (1) можна записати

$$\frac{H}{h}=\frac{a-\upsilon t+l_2}{l_2}=\frac{a}{l_2}+1-\frac{\upsilon t}{l_2} \qquad (2)$$

Прирівнюючи праві частини (1) і (2) одержимо

$$\frac{a}{l_1}+1=\frac{a}{l_2}+1-\frac{\upsilon t}{l_2}\Rightarrow\frac{\upsilon t}{l_2}=a\left(\frac{1}{l_2}-\frac{1}{l_1}\right)\Rightarrow\frac{\upsilon t}{l_2}=\frac{a(l_1-l_2)}{l_1 l_2}\Rightarrow\upsilon t=\frac{a(l_1-l_2)}{l_1}\Rightarrow a=\frac{\upsilon t l_1}{l_1-l_2}$$

Підставимо значення a в формулу (1)

$$\frac{H}{h}=\frac{\upsilon t}{l_1-l_2}+1\Rightarrow H=h\left(\frac{\upsilon t}{l_1-l_2}+1\right);\quad H=1{,}7\left(\frac{1\cdot 2}{0{,}5}+1\right)=8{,}5\text{м}.$$

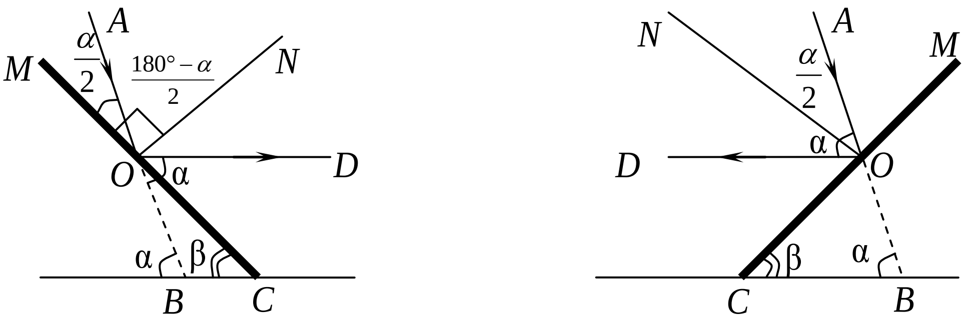
Задача 1.19 Промінь світла утворює з поверхнею стола кут 52°. Як потрібно поставити плоске дзеркало, щоб змінити напрям променя на горизонтальний?

Дано:

α=52°

β-?

Розв’язання



а) б)

Рис. 1.19

На рис.1.19 показано два випадки для виконання умови задачі. У випадку *а* промінь *AO* відбивається від дзеркала *MC* і поширюється в напрямку *OD* паралельно горизонту. Продовження променя *AO*, тобто *OB* утворює з горизонтом кут *α*. Кут між падаючим променем *AO* і відбитим *OD* розділяється бісектрисою *ON* навпіл. Бісектриса *ON* перпендикулярна площині дзеркала. Кут *AON*, як видно з рисунка, рівний $\frac{180^o - \alpha}{2}$. Кут *MON* прямий; а $\angle AOM = 90° - \frac{180^o - \alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$. $\angle AOM = \angle BOC$. Таким чином $\angle BOC = \frac{\alpha}{2}$. Кут α буде зовнішнім в ΔBOC. Як відомо такий кут дорівнює сумі других кутів трикутника не суміжних з ним. Отже $\alpha = \beta + \frac{\alpha}{2}$.

Тоді $\beta = \alpha - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$. $\beta = \frac{52^o}{2} = 26^o$.

У випадку *б* $\angle AOD = \alpha$, а $\angle AON = \frac{\alpha}{2}$. $\angle AOM = 90° - \frac{\alpha}{2}$.

Але $\angle AOM = \angle COB$. Значить $\angle COB = 90° - \frac{\alpha}{2}$.

В ΔCOB $\beta + \alpha + 90^o - \frac{\alpha}{2} = 180^o \Rightarrow \beta = 180^o - \frac{\alpha}{2} - 90^o = 90^o - \frac{\alpha}{2}$

$$\beta = 90^o - 26^o = 64^o$$

Таким чином кут між дзеркалом і горизонтом може бути або 26°, або 64°.

Задача 1.20 Плоске дзеркало рухається з швидкістю 1,5 см/с. З якою по модулю і напрямом швидкістю повинно рухатись точкове джерело світла, щоб його зображення в плоскому дзеркалі було нерухомим?

Дано:	Розв'язання
υ=1,5см/с	На рис.1.20 показано випадок, коли дзеркало з положення 1 рухається вліво з швидкістю υ.
υ_1-?	

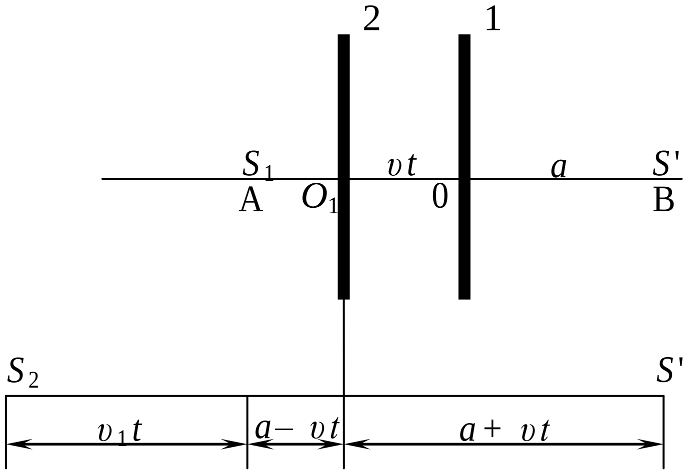


Рис. 1.20

В початковому положенні джерело світла S_1 і його зображення S' знаходились на відстані a від дзеркала. За час t дзеркало перемістилось в положення 2 і зображення, яке за умовою задачі повинно бути нерухомим, тепер знаходиться на відстані $a+\upsilon t$ від дзеркала. На такій же відстані від дзеркала повинно бути і джерело світла, яке в цьому положенні позначено як S_2. Від попереднього положення джерела S_1 до дзеркала в положенні 2 тепер відстань дорівнює $a–\upsilon t$. Джерело світла повинно рухатись в тому ж напрямку, що і дзеркало і за час t переміститись на відстань $S_2S_1=\upsilon_1 t$ (υ_1 – швидкість руху джерела світла). Таким чином відстань від S_2 до дзеркала в положенні 2 буде $\upsilon_1 t + a - \upsilon t$. Ця відстань рівна $a + \upsilon t$.

Тобто $\upsilon_1 t + a - \upsilon t = a + \upsilon t \Rightarrow \upsilon_1 t = 2\upsilon t \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon$; $\upsilon_1 = 3$см/с.

Отже джерело світла рухається в напрямку від дзеркала з швидкістю 3см/с.

Можна показати, що у випадку, коли дзеркало буде рухатись в напрямку до зображення джерело світла тепер буде рухатись в тому ж напрямку, тобто за дзеркалом, з такою ж швидкістю 3 см/с.

Задача 1.21 Визначити показник заломлення скипидару і швидкість розповсюдження світла в ньому, якщо відомо що кут падіння променя на поверхню скипидару 45°, а кут заломлення 30°.

Дано:	Розв'язання
α=45°	Користуючись формулою закону заломлення $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$ з урахуванням, що промінь падає з повітря (n_1=1), знайдемо
β=30°	
$C=3\cdot10^8$м/с	
n_1=1	
n_2-? υ-?	

$$n_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}; \quad n_2 = \frac{\sqrt{2}}{2\cdot 0{,}5} = \sqrt{2} = 1{,}41$$

Показник заломлення n_2 для скипидару є його абсолютним показником, а він, як відомо, показує у скільки разів швидкість світла в вакуумі ($3\cdot10^8$м/с) більша за швидкість світла в даному середовищі, тобто

$$n_2 = \frac{C}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{C}{n_2}; \qquad \upsilon = \frac{3\cdot10^8}{1{,}41} = 2{,}12\cdot10^8\ \text{м/с}.$$

Задача 1.22 На скляну плоскопаралельну пластинку товщиною 2см падає промінь світла під кутом 45°. Показник заломлення скла 1,5. Показати, що промінь, який пройшов через пластинку, паралельний падаючому променю. Знайти віддаль між цими променями.

Дано:

α=45°

d=2см

n_1=1

n_2=1,5

x-?

Розв'язання

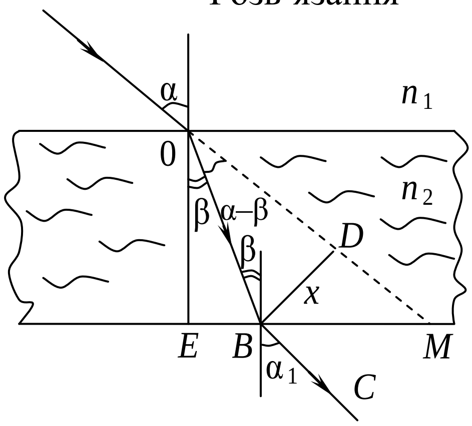


Рис.1.21

На рис.1.21 показано хід променя через плоскопаралельну пластинку товщиною $OE=d$. Кут падіння α, кут заломлення β і кут падіння на нижню грань пластинки β. Віддаль між початковим напрямом променя AM і тим, яке стало після проходження пластинки (BC), позначимо через $BD=x$ ($BD \perp BC$).

Запишемо закон заломлення для верхньої грані пластинки

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \tag{1}$$

і для нижньої грані

$$n_2 \sin\beta = n_1 \sin\alpha_1 \tag{2}$$

Порівнюючи (1) і (2), приходимо до висновку $\alpha_1 = \alpha$, а це значить, що промінь $BC||AM$.

З рисунка також видно, що $\angle BOD = \alpha - \beta$.

Далі, з ΔEOB

$$d = OB\cos\beta \tag{3}$$

а з ΔBOD

$$x = OB\sin(\alpha - \beta) \tag{4}$$

Розділивши (4) на (3), маємо

$$\frac{x}{d} = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} \Rightarrow x = \frac{d\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$$

Щоб обрахувати x, треба знати кут β. Його знайдемо з (1).

$$\sin\beta = \frac{n_1 \cdot \sin\alpha}{n_2} \Rightarrow \sin\beta = \frac{1\cdot\sqrt{2}}{2\cdot 1{,}5} = 0{,}47; \quad \beta = 28°.$$

Тоді

$$x = \frac{2\cdot \sin 17^o}{\cos 28^o} = \frac{2\cdot 0{,}292}{0{,}883} = 0{,}66\,\text{см}.$$

Задача 1.23 В дно водоймища глибиною 2 м забита свая, що виступає над поверхнею води на 0,75 м. Знайти довжину тіні від сваї на поверхні води і на дні водоймища, якщо висота Сонця в даний момент 45°

Розв'язання

Дано:

γ =45°

H=2м

h=0,75м

n_1=1

n_2=1,33

---

x-?

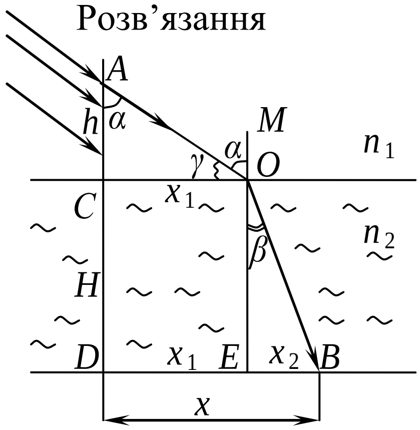


Рис. 1.22

Висотою Сонця називають кут, що його створює сонячний промінь з горизонтом. Кут падіння в такому разі $\alpha = 90°–\gamma=90°–45°=45°$. Як видно з рис.1.22 всі промені, що розповсюджуються паралельно SA і лежать нижче цього променя, будуть затримані сваєю. Тінь від сваї на поверхні водоймища буде $OC=x_1$. Тінь на дні водоймища буде $x=x_1+x_2$.

З ΔACO $\quad x_1 = h \cdot tg\alpha$; $x_1 = 0{,}75 \cdot tg45^o = 0{,}75$ м.

Частину x_2 тіні на дні знаходимо з ΔBOE. $\quad x_2 = H \cdot tg\beta$

Кут β знайдемо з закону заломлення $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$.

$$\sin\beta = \frac{n_1 \cdot \sin\alpha}{n_2} \Rightarrow \sin\beta = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 1{,}33} = 0{,}53; \quad \beta = 32°.$$

Тоді $x_2 = 2 \cdot tg32^o = 2 \cdot 0{,}625$.

Отже x_2=1,25м. Таким чином, довжина тіні на дні водоймища

$$x = x_1 + x_2 = 0{,}75 + 1{,}25 = 2\,\text{м}.$$

Задача 1.24 Хлопчик бажає попасти палицею в предмет, що знаходиться на дні водоймища глибиною 40см. На якій відстані від предмета палиця попаде в дно водоймища, якщо хлопчик точно націлившись, кинув палицю під кутом 45° до поверхні води.

Дано:

$\gamma = 45°$

h=40см

n_1=1

n_2=1,33

S-?

Розв'язання

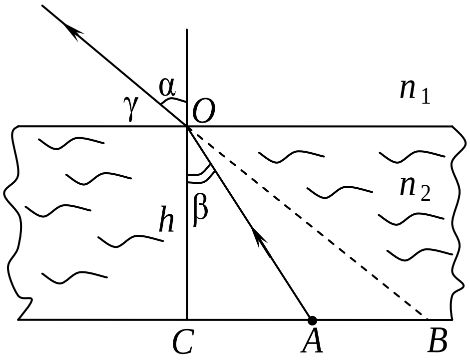


Рис. 1.23

Нехай предмет, в який хоче палицею попасти хлопчик, знаходиться в точці A. Один з променів, розсіяних цим предметом падає на поверхню розділу вода-повітря в точку O під кутом β, а виходить з води під кутом α. Цей промінь утворює з горизонтом кут γ. В напрямі цього променя хлопчик і кидає палицю, бо йому здається, що предмет знаходиться в точці B. Палиця, таким чином, попаде не в точку A, а в точку B. Позначимо відстань між A і B літерою S. Цю відстань нам і треба знайти. Знайдемо S як різницю між BC і AC. Отже, $S = BC - AC$.

З ΔBOC. $BC = htg\alpha$. ($\angle BOC = \alpha$), а з ΔAOC $AC = htg\beta$.

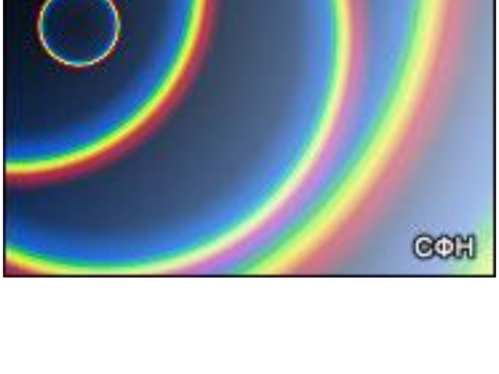
Таким чином $S = htg\alpha - htg\beta = h(tg\alpha - tg\beta)$.

З рисунка $\alpha = 90° - \gamma = 90° - 45° = 45°$.

Кут β знайдемо з закону заломлення $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$.

$$\sin\beta = \frac{n_1 \cdot \sin\alpha}{n_2} \Rightarrow \sin\beta = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 1{,}33} = 0{,}53; \quad \beta = 32°.$$

Тоді $S = 40(tg45^o - tg32^o) = 40(1 - 0{,}6248) = 15$ см.



Задача 1.25 Пучок променів діаметром 10 см падає на поверхню води під кутом 60°. Яким буде діаметр пучка в воді?

Дано:
α=60°
d=10см
n_1=1
n_2=1,33
-?

Розв'язання

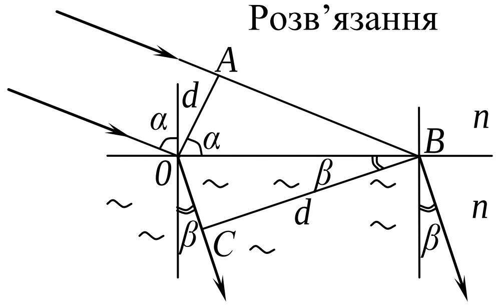


Рис. 1.24

Як видно з рисунка 1.26, діаметр пучка в воді збільшився. З ΔBOC $d_1 = OB \cdot cos\,\beta$, бо $\angle OBC = \beta$; з ΔAOB $d = OB \cdot cos\,\alpha$, бо $\angle AOB = \alpha$ як кути з взаємно перпендикулярними сторонами. Розділимо

$$\frac{d_1}{d} = \frac{OB\,cos\,\beta}{OB\,cos\,\alpha} \Rightarrow \frac{d_1}{d} = \frac{cos\,\beta}{cos\,\alpha} \Rightarrow d_1 = d\,\frac{cos\,\beta}{cos\,\alpha}$$

Кут β знаходимо з закону заломлення

$$n_1\,sin\,\alpha = n_2\,sin\,\beta \Rightarrow sin\,\beta = \frac{n_1 \cdot sin\,\alpha}{n_2} \Rightarrow sin\,\beta = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 1{,}33} = 0{,}65; \quad \beta = 40{,}57°.$$

Таким чином $$d_1 = 10\,\frac{0{,}76}{0{,}5} = 15\,\text{см}.$$

Задача 1.26 Водолазу, що знаходиться під водою, сонячні промені здаються падаючими під кутом 60° до поверхні води. Яка кутова висота Сонця над горизонтом?

Дано:
δ=60°
n_1=1
n_2=1,33
γ-?

Розв'язання

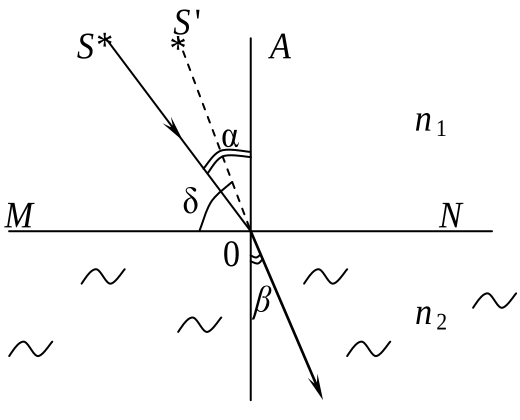


Рис. 1.25

Водолазу, що знаходиться під водою зображення Сонця буде не в точці S, а в точці S'. Тоді за умовою задачі $\angle S'OM$=60°, а $\angle S'OA$=30°. Тому і кут β=30°. За законом заломлення знайдемо кут α

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \Rightarrow \sin\alpha = \frac{n_2 \sin\beta}{n_1} = 1{,}33 \cdot 0{,}5 = 0{,}655;\ \alpha = 41{,}68°.$$

На рисунку 4.25 $\alpha = SOA$. Отже $\angle SOA$=41,68°.

Кутова висота Сонця над горизонтом $\gamma = \angle SOM$, але $\angle SOM = 90^o - \alpha = 48{,}3^o$.

Таким чином $\gamma = 48{,}3°$.

Задача 1.27 На дні водоймища глибиною 3 м знаходиться точкове джерело світла. Якого мінімального радіуса повинен бути круглий непрозорий диск, що плаває на поверхні води над джерелом світла, щоб з гелікоптера неможливо було побачити це джерело? Показник заломлення води взяти 1,3.

Дано:

h=3м

n_1=1

n_2=1,3

R-?

Розв’язання

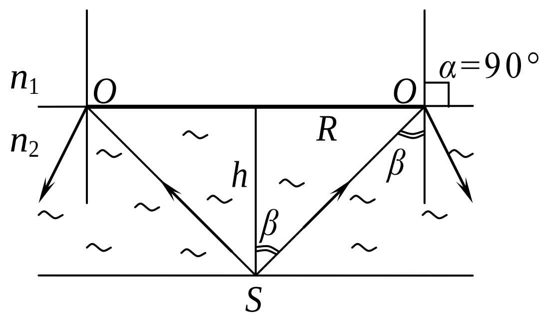


Рис. 1.26

При переході променя з води в повітря можливе явище, що одержало назву повного внутрішнього відбивання, при якому вся світлова енергія падаючи на поверхню розділу двох середовищ повністю повертається в воду з відбитим променем. Це буде тоді, коли α=90° (α – кут між променем і перпендикуляром у повітрі). Кут падіння β при α=90° одержав назву граничного кута і ми позначили його символом β_o.

Всі промені, що будуть падати на поверхню розділу під кутом $\beta > \beta_0$ теж повернуться в воду, бо для них також буде повне внутрішнє відбивання.

Як видно з рисунка 1.26 $R = htg\beta_0$. Кут β_0 знайдемо з закону заломлення

$$n_1 \sin 90^o = n_2 \sin\beta_0 \Rightarrow 1 = n_2 \sin\beta_0 \Rightarrow \sin\beta_0 = \frac{1}{n_2} \Rightarrow \beta_0 = 50{,}28^\circ.$$

Тоді $R = 3tg50{,}28^o = 3{,}61$м.

Задача 1.28 Яка істинна глибина басейна, якщо при визначенні її "на глаз" по вертикальному напряму ця глибина здається рівною 2 м?

Дано:
h=2м
n_1=1
n_2=1,33
H-?

Розв'язання

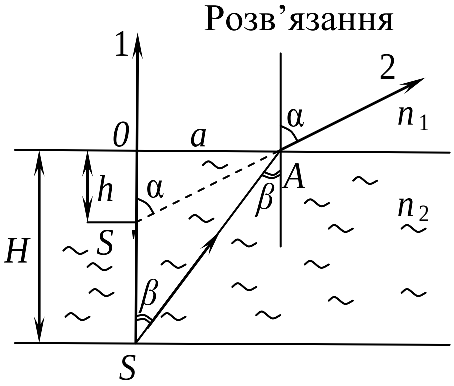


Рис. 1.27

Рояглянемо два променя, що розповсюджуються від джерела S. Один промінь 1 падає на границю розподілу вода-повітря перпендикулярно до неї і свого напрямку не змінює. Другий промінь 2 падає на цю поверхню під кутом β і виходить з води під кутом α. Кути α і β повинні бути настільки малими, щоб обидва промені пройшли через зрачок ока. Людині здається, що джерело S знаходиться в точці S' і тоді спостерігач прийде до висновку, що глибина басейна не H, а h, тобто менша за реальну.

Розділивши $\dfrac{H}{h} = \dfrac{a \cdot ctg\beta}{a \cdot ctg\alpha}$, знаходимо $H = h\dfrac{ctg\beta}{ctg\alpha} = h\dfrac{tg\alpha}{tg\beta}$.

При малих кутах можна вважати рівними тангенси і синуси їх.

Тоді $H = h\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$.

З врахуванням закону заломлення $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$; $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n_2}{n_1}$.

Отже $H = h\dfrac{n_2}{n_1}$; $H = 2 \cdot \dfrac{1{,}33}{1} = 2{,}66\,\text{м}.$

Задача 1.29 Лампа підвішена на нитці до стелі, дає в горизонтальному напрямку силу світла в 60 кд. Який світловий потік падає на картину площею 0,5 м^2, що висить на вертикальній стінці на віддалі 4 м від лампи, якщо на протилежний стіні висить велике дзеркало на відстані 2 м від лампи?

Дано:
ΔS=0,5м^2
I=60кд
r_1=4м
r_2=2м
$\Delta\Phi$-?

Розв’язання

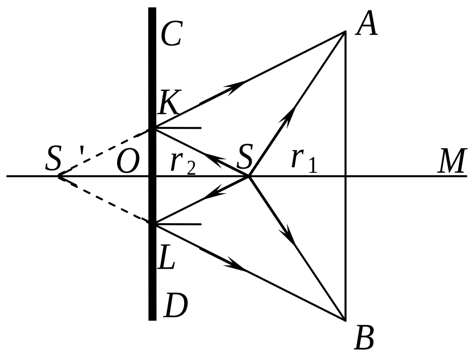


Рис.1.28

На рис.1.28 AB – картина; S – лампа, точкове джерело світла (відстань від лампи до картини значно більша за розміри лампи); CD – дзеркало. Від лампи безпосередньо на картину падає світловий потік, який поширюється в тілесному куті ASB. Крім того, частина світлового потоку, що випромінюється джерелом S, відбивається від дзеркала CD і додатково освітить картину AB. Щоб показати цей світловий потік на рисунку, побудуємо зображення S' лампи S в плоскому дзеркалі. Для цього і відкладемо $OS'= OS$. Сполучимо точку S' з точками A і B. З'єднаємо точку S з точками K і L. SK і SL – промені, що впали на плоске дзеркало; KA і LB –відбиті від нього промені. Таким чином, світловий потік $\Delta\Phi$, який падає на картину, складається з світлового потоку $\Delta\Phi_1$, який падає від лампи безпосередньо, і $\Delta\Phi_2$, що падає на картину, відбившись від дзеркала: $\Delta\Phi=\Delta\Phi_1+\Delta\Phi_2$. Нехай світловий потік $\Delta\Phi_1$ утворює освітленість картини E_1, а $\Delta\Phi_2$ – освітленість E_2. Тоді $\Delta\Phi_1 = E_1 \cdot \Delta S$; $\Delta\Phi_2 = E_2 \cdot \Delta S$. Отже, $\Delta\Phi = \left(E_1 + E_2\right) \cdot \Delta S$, де ΔS – площа картини. Освітленість, створена точковим джерелом світла I на відстані R від джерела світла, визначається за формулою $E = \frac{I}{R^2}$. Отже $E_1 = \frac{I}{SM^2} = \frac{I}{r_1^2}$;

$E_2 = \frac{I}{S'M^2} = \frac{I}{(r_1 + 2r_2)^2}$.

$$\Delta\Phi = \left(\frac{I}{r_1^2} + \frac{I}{(r_1 + 2r_2)^2}\right)\Delta S.$$

За цією останньою формулою знайдемо світловий потік, що падає на картину.

$$\Delta\Phi = \left(\frac{60}{16} + \frac{60}{64}\right) \cdot 0{,}5 = 2{,}34 \text{ лм}$$

Цю задачу можна було розв'язати й іншим способом, а саме:

$$\Delta\Phi = \Delta\Omega_1 \cdot I + \Delta\Omega_2 \cdot I = I(\Delta\Omega_1 + \Delta\Omega_2)$$

де $\Delta\Omega_1$ і $\Delta\Omega_2$ – значення тілесних кутів, в яких поширюються світлові пучки від джерела S і S', що падають на картину. $\Delta\Omega_1$ і $\Delta\Omega_2$ – це також тілесні кути, під якими видно площу картини ΔS відповідно з точок S і S'. Визначимо ці кути, склавши пропорцію: кульовій поверхні радіуса SM відповідає тілесний кут 4π. Площі ΔS цього ж радіуса відповідає кут Ω_1 (ΔS вважаємо частиною кульової поверхні, оскільки відстань від джерела до ΔS є значною).

$$\begin{matrix} 4\pi \cdot SM^2 - 4\pi \\ \Delta S - \Omega_1 \end{matrix} \Rightarrow \Delta\Omega_1 = \frac{4\pi \cdot \Delta S}{4\pi \cdot SM^2} = \frac{\Delta S}{SM^2} = \frac{\Delta S}{r_1^2}$$

Так само $\Delta\Omega_2 = \frac{\Delta S}{S'M^2} = \frac{\Delta S}{(r_1 + 2r_2)^2}$

Отже $\Delta\Phi = I\left(\frac{\Delta S}{SM^2} + \frac{\Delta S}{S'M^2}\right) = \left(\frac{I}{r_1^2} + \frac{I}{(r_1 + 2r_2)^2}\right)\Delta S$,

що збігається з одержаним вище результатом.

Задача 1.30 Опівдні в час весняного і осіннього рівнодень Сонце стоїть на екваторі в зеніті. У скільки разів у цей час освітленість поверхні Землі на екваторі більша освітленості Землі в Києві, який лежить на широті 50°?

Дано:

φ=50°

$\dfrac{E_1}{E_2}$-?

Розв’язання

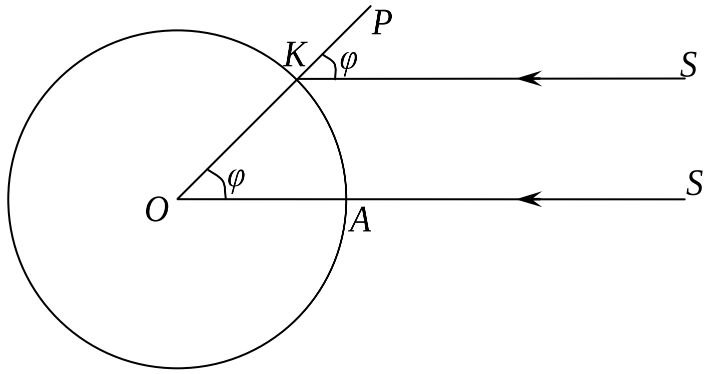


Рис. 1.29

Точка A розташована на екваторі. Світло від Сонця на екваторі падає під кутом 0°, тобто перпендикулїрно до поверхні Землі. Точка K знаходиться на широті φ Києва. KP – нормаль до поверхні Землі в точці K. Освітленність поверхні Землі на екваторі $E_1 = \dfrac{I}{r^2}$, де I – сила світла Сонця; r – відстань від Сонця до Землі. Оскільки $r>>R$ (R – радіус Землі), то промені, що падають на Земну поверхню від Сонця, можна вважати паралельними між собою. SK – напрямок поширення світла на широті φ. Кут падіння в точку K дорівнює φ. Отже, освітленість поверхні Землі на широті φ: $E_2 = \dfrac{I}{r^2} cos\varphi$, де I – сила світла Сонця; r – віддаль між Сонцем і Землею (їх центрами). Знайдемо відношення освітленостей:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{cos\varphi} = \frac{1}{cos 50^\circ} = \frac{1}{0{,}643} = 1{,}56$$

Отже, освітленість поверхні Землі на широті Києва у 1,56 раза менша ніж освітленість на екваторі.

Задача 1.31 Кругла зала діаметром 30 м освічується лампою, що закріплена в центрі стелі. Знайти висоту зали, якщо відомо, що найменша освітленість стіни зали в 2 рази більше найменшої освітленості підлоги.

Дано:	Розв'язання
d=30м	
n=2	
h-?	

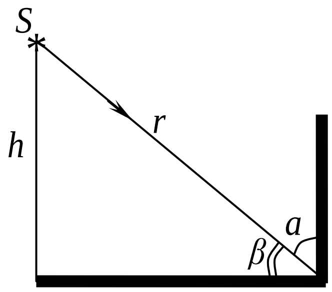


Рис. 1.30

З рисунка 1.30 випливає, що найменшою освітленостю підлоги буде точка, що знаходиться коло стінки. Такою ж найменшою освітленістю буде та частина стінки, яка стикується з підлогою. Отже освітленість підлоги буде

$$E_1 = \frac{I}{r^2} cos\alpha ,$$

а освітленість стінки

$$E_2 = \frac{I}{r^2} cos\beta ,$$

де α і β – кути падіння променя на підлогу і стінку відповідно.

За умовою задачі $E_2 = nE_1$, тобто $\frac{I}{r^2} cos\beta = n\frac{I}{r^2} cos\alpha$ або $cos\beta = n \cdot cos\alpha$.

З рисунка випливає

$$cos\beta = \frac{d}{2r}; \quad cos\alpha = \frac{h}{r}$$

Таким чином

$$\frac{d}{2r} = \frac{h}{r} \cdot n \Rightarrow h = \frac{d}{2n}; \quad h = \frac{30}{4} = 7{,}5\text{м}.$$

Задача 1.32 Над поверхнею Землі на висоті 5 м висить лампа, що має силу світла 400 кд. Визначити площу дільниці, всередині якої освітленість змінюється в межах від 0,25 лк до 2 лк.

Дано:

h=5 м

I=400 кд

E_1=0,25 лк

E_2=2 лк

S-?

Розв'язання

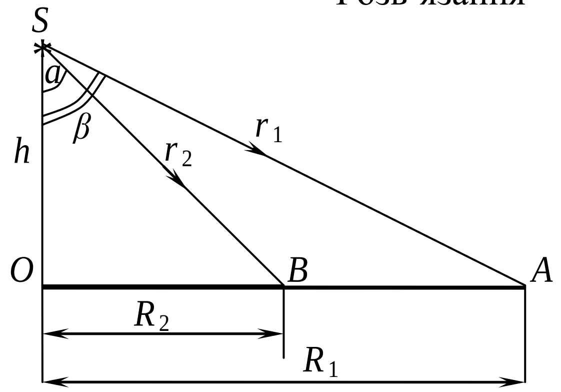


Рис. 1.31

З рис.1.31 випливає, що найменшою освітленостю з заданих умовою задачі будуть мати поверхні, що знаходяться на відстані $OA = R_1$, а найбільшою – ті, що знаходиться на відстані $OB = R_2$.

Площа дільниці, з вказаним коридором освітленості може бути знайдена за формулою

$$S = \pi\left(R_1^2 - R_2^2\right).$$

Освітленість в точці B буде $E_2 = \dfrac{I}{r_2^2}cos\alpha = \dfrac{I}{r_2^2}\cdot\dfrac{h}{r_2} = \dfrac{I\cdot h}{r_2^3}$.

Тоді $r_2 = \sqrt[3]{\dfrac{I\cdot h}{E_2}}$; $r_2 = \sqrt[3]{\dfrac{400\cdot 5}{2}} = 10$ м.

Відстань $R_2^2 = r_2^2 - h^2 = 100 - 25 = 75$ м^2.

Освітленість в точці A: $E_1 = \dfrac{I}{r_1^2}cos\beta = \dfrac{I\cdot h}{r_1^3}$.

Звідки $r_1 = \sqrt[3]{\dfrac{I\cdot h}{E_1}}$; $r_1 = \sqrt[3]{\dfrac{400\cdot 5}{0{,}25}} = 20$ м.

Відстань $R_1^2 = 400 - 25 = 375$ м^2.

Таким чином $S = 3{,}14\left(375 - 75\right) = 942$ м^2.

Задача 1.33 Чому дорівнює повний світловий потік, що створюється джерелом світла, розміщеним на мачті висотою 12м, якщо на відстані 16м від основи мачти він дає освітленість 3лк?

Дано:	Розв'язання
h=12м	
l=16м	
E=3лк	
Φ-?	

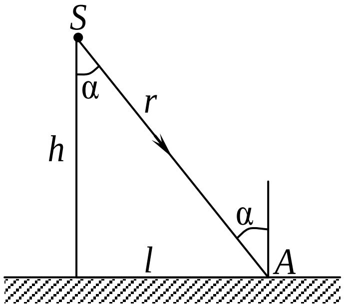


Рис. 1.32

За формулою (4.5) сила світла джерела $I = \frac{\Phi}{\Omega}$. Тоді $\Phi = I\Omega$. Як відомо повний тілесний кут $\Omega = 4\pi$. Отже, $\Phi = 4\pi \cdot I$.

Силу світла I знаходимо з формули освітленості для точки A

$$E = \frac{I}{r^2} cos\alpha = \frac{I}{r^2} \cdot \frac{h}{r} = \frac{I \cdot h}{r^3}.$$

Але $r = \sqrt{h^2 + l^2}$. Тоді $E = \frac{Ih}{\left(h^2 + l^2\right)^{3/2}}$.

Звідси $I = \frac{E\left(h^2 + l^2\right)^{3/2}}{h}$ і $\Phi = \frac{4\pi E\left(h^2 + l^2\right)^{3/2}}{h}$. Таким чином

$$\Phi = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 400^{3/2}}{12} = 25120 \text{ лм.}$$

4 Задачі для самостійного розв'язування

1. Фокусна відстань опуклого автомобільного дзеркала заднього огляду 45 см. На якій відстані від дзеркала водій автомобіля побачить автобус, якщо знаходиться на віддалі 9 м від цього дзеркала?

Відповідь: -43 см

2. Предмет знаходиться на відстані 30см від вгнутого дзеркала. Його зображення в 1,5 разів більше самого предмета. Визначити відстань зображення до дзеркала і радіус кривизни дзеркала.

Відповідь: 45 см і 36 см

3. Вгнуте дзеркало з радіусом кривизни 1м дає уявне зображення предмета на відстані 3 м від дзеркала. На якій відстані від дзеркала знаходиться сам предмет?

Відповідь: 0,43 м

4. Відстань між предметом і його уявним, збільшеним в 2 рази, зображенням в сферичному дзеркалі дорівнює 1,5 м. Знайти радіус кривизни дзеркала.

Відповідь: 2 м

5. Радіус кривизни опуклого сферичного дзеркала 1,6 м. На якій відстані перед дзеркалом треба розмістити предмет, щоб його зображення було в 1,5 раза ближче до дзеркала, ніж сам предмет?

Відповідь: 0,4 м

6. Промені, що сходяться, падають на опукле дзеркало з радіусом кривизни 0,4 м так, що їх продовження перетинаються на вісі дзеркала на відстані 0,7м за дзеркалом. На якій відстані від дзеркала зійдуться ці промені після відбивання?

Відповідь: -0,28 м

7. Зображення, що його дає вгнуте дзеркало в 3 рази менше предмета. Якщо предмет змістити на 10 см ближче до дзеркала, то його зображення буде меншим від предмета тільки в 2 рази. Яка фокусна відстань дзеркала?

Відповідь: 10 см

8. Знайти оптичну силу плоскоопуклої скляної лінзи, розташованої в повітрі, якщо радіус кривизни поверхні лінзи 30 см, а показник заломлення скла 1,5.

Відповідь: 0,5 дптр

9. Оптична сила тонкої скляної лінзи в повітрі 4 дптр. Яка буде оптична сила цієї лінзи, якщо її помістити в воду? $n_л$=1,52; $n_в$=1,33

Відповідь: 1,07 дптр

10. Фокусна відстань тонкої скляної лінзи в повітрі дорівнює 23см, у рідині – 67,5 см. Визначити показник заломлення рідини.

Відповідь: 1,33

11. За допомогою тонкої збиральної лінзи з фокусною відстанню 25 см треба дістати дійсне в чотири рази збільшене зображення предмета. На якій відстані від лінзи потрібно розташувати предмет? Яка відстань від лінзи до екрана?

Відповідь: 31,25 см; 125 см

12. Об’єктив фотоапарата має фокусну відстань 50 см. Які розміри на плівці має зображення людини висотою 1,7 м, якщо людина перебуває на відстані 4 м від об"єктива фотоапарата?

Відповідь: 21 мм

13. Розсіювальна лінза з фокусною відстанню 12 см розміщена між двома точковими джерелами світла в два рази ближче до одного з них, ніж до другого. Відстань між зображеннями джерел була 7,8 см. Знайти відстань між самими джерелами.

Відповідь: 12 см

14. Висота будівлі на фотоплівці 36 мм, фокусна відстань об'єктива апарата 5 см. Знайти висоту будівлі, якщо фотограф знаходився на відстані 50 м.

Відповідь: 36 м

15. Об’єктив проекційного апарату має фокусну відстань 15 см. На якій відстані необхідно розмістити діапозитив розміром 9×12 см від об’єктива, щоб одержати на екрані зображення розміром 45×60 см?

Відповідь: 18 см

16. Який недолік зору у людини, для якої відстань найкращого зору 12,5 см? Як цей недолік можна виправити?

Відповідь: $D = -4$ дптр

17. На стовпі висотою 6 м підвішено ліхтар, сила світла якого 500 кд. На якій відстані від стовпа освітленність поверхні Землі буде 3 лк?

Відповідь: 8м

18. Дві лампи силою світла 25 і 40 кд знаходяться одна від другої на відстані 1,2м. Де необхідно розмістити фотометричний екран між ними, щоб освітленість була однаковою з обох боків екрана?

Відповідь: 0,53 м від першої лампи.

19. При напечатанні фотознімка негатив освітлювався лампою, розміщеною на відстані 0,6 м, на протязі 9 с. Як необхідно змінити час експозиції, якщо лампу наблизити на 20 см?

Відповідь: 4с

20. Під яким кутом до горизонту водолаз буде бачити Сонце в момент його сходу, або заходу? Показник заломлення води 1,33.

Відповідь: 41,2°

21. Промінь світла, поширюючись у склі, потрапляє на межу поділу скла з водою. Показники заломлення скла і води відповідно дорівнюють 1,6 та 1,33. Знайти граничний кут повного внутрішнього відбиття для цієї поверхні поділу.

Відповідь: 61,17°

22. На поверхні озера знаходиться круглий плот, радіус якого 8 м. Глибина озера 2 м. Знайти радіус повної тіні від плота на дні озера, при умові, що на воду падає розсіяне світло.

Відповідь: 5,73м

23. В цистерні з сірководнем на глибині 26 см під поверхнею розміщено точкове джерело світла. Обрахувати площу круга на поверхні рідини, в границях якого можливий вихід променів в повітря. Показник заломлення сірководню 1,64.

Відповідь: 1256 $см^2$

24. Дифракційну решітку з періодом $3\cdot10^{-4}$см освітлюють вузьким пучком монохроматичного світла, який падає нормально до поверхні решітки. Визначити довжину світлової хвилі, якщо відстань від центрального максимума до максимума першого порядку 20 см. Відстань від решітки до екрана 1м.

Відповідь: $5,7\cdot10^{-7}$м

25. Світло має частоту $7 \cdot 10^{14} с^{-1}$. Обчислити енергію фотона, його масу та імпульс. Чи буде таке світло спричиняти явище зовнішнього фотоефекту, якщо ним освітлювати цезієвий електрод? Робота виходу електрона з цезію дорівнює 1,9 еВ. Яка червона межа фотоефекту для цезію?

Відповідь: $4{,}63 \cdot 10^{-19}$ Дж; $5{,}14 \cdot 10^{-36}$ кг, $1{,}54 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с; не буде $4{,}59 \cdot 10^{14} с^{-1}$.

26. Фотоелемент з цезієвим катодом освітлюється світлом з частотою $7 \cdot 10^{14} с^{-1}$. Яку зворотню напругу потрібно прикласти до електродів фотоелемента, щоб фотоструму у фотоелементі не було? Робота виходу електрона з цезію $3{,}04 \cdot 10^{-19}$Дж.

Відповідь: 1В

27. З якою швидкістю повинен рухатись електрон, щоб його енергія дорівнювала енергії фотона з довжиною хвилі $4{,}5 \cdot 10^{-7}$ м?

Відповідь: $9{,}85 \cdot 10^{5}$ м/с

28. Знайти швидкість електрона, при якій імпульс руху електрона дорівнює імпульсу фотона з довжиною хвилі $4{,}5 \cdot 10^{-7}$ м?

Відповідь: 1600 м/с

29. Визначити енергію фотона (у електрон-вольтах) з довжиною хвилі 300 нм. h = 4,14·10-15 еВ·с, c = 3·108 м/с.

Відповідь: 4,14еВ.

30. У скільки разів енергія фотона фіолетового світла (λф = 400 нм) більша від енергії фотона червоного світла (λч = 760 нм)?

Відповідь: 1,9.

31. Рубіновий лазер випромінює в імпульсі 2,31·1019 світлових квантів з довжиною хвилі 693 нм. Чому дорівнює середня потужність спалаху лазера, якщо її тривалість дві мілісекунди? h = 6,62·10-34 Дж·с, c = 3·108 м/с.

Відповідь: 3 310 Вт.

32. Яка частота (у ТГц = 1012 Гц) відповідає довжині хвилі 0,6 мкм? c=3·108 м/с.

Відповідь: 500 ТГц.

33. Довжина хвилі деяких променів у воді 429 нм. Яка довжина хвилі (у нм) цих променів у повітрі? Показник заломлення води відносно повітря 1,3.

Відповідь: 557,7 нм.

34. Довжина хвилі жовтого світла в повітрі 580 нм. Яка довжина хвилі (у нм) цього світла в середовищі з показником заломлення відносно повітря 1,45 ?

Відповідь: 400 нм.

35. Чому дорівнює енергія фотона (у еВ), якщо в середовищі з показником заломлення 1,25 довжина хвилі, становить 3,3·10-7 м? h = 6,6·10-34 Дж·с, c=3·108 м/с, 1 еВ= 1,6·10-19 Дж.

Відповідь: 3 еВ.

36. Визначити кінетичну енергію (у еВ) фотоелектрона, вибитого з металу світлом з довжиною хвилі 3,3·10-7 м, якщо робота виходу 3,6·10-19 Дж. h = 6,6·10-34 Дж·с, c=3·108 м/с, 1 еВ = 1,6·10-19 Дж.

Відповідь: 1,5 еВ .

37. З точністю до десятих визначити найбільшу довжину хвилі (у мкм) світла, за якої відбувається фотоефект для платини, якщо робота виходу електрона з неї 6,3 еВ. h = 6,6·10-34 Дж·с, c=3·108 м/с, 1 еВ = 1,6·10-19 Дж

Відповідь: 0,2 мкм.

ЛІТЕРАТУРА

1. С.У. Гончаренко. Конкурсні задачі з фізики. Вид-во “Техніка”. Київ – 1970, 460 с.
2. И.М. Гельфгат, Л.Э. Генденштейн, Л.А. Кирик. 1001 задача по физике. “Илекса” “Гимназия” Москва – Харьков 1997, – 350 с.
3. Н.И. Гольдфарб. Сборник вопросов и задач по физике. Изд-во “Высшая школа”, 1975, 368 с.
4. И.И. Воробьев, П.И. Зубков и др. Задачи по физике. Изд-во “Наука”, 1981, – 432 с.
5. Г.А. Бендриков, Б.Б. Буховцев и др. Задачи по физике для поступающих в вузы. Изд-во “Наука”, 1976, – 384 с.
6. Кашина С.И., Сезонов Ю.И. Сборник задач по физике: Учеб. пособие для подгот. отд. вузов, – М.: Высшая школа, 1983. – 207 с.
7. Коршак Е.В., Гончаренко С.У., Коршак Н.М. Методика розв’язування задач з фізики. Практикум. Видавництво “Вища школа”. Київ – 1976, 240 с.
8. Л.П. Баканина, В.Е. Белонучкин и др. Сборник задач по физике. М. – “Наука”. 1971, – 414 с.
9. П.А. Знаменский и др. Сборник вопросов и задач по физике. М. Изд-во Министерства Просв. РСФСР, 1961, – 189 с.
10. А.П. Рымкевич, П.А. Рымкевич. Сборник задач по физике. М.: Просвещение, 1981, – 160 с.
11. В.П. Демкович. Сборник вопросов и задач по физике для средней школы. Изд-во “Просвещение”. М.: 1966, – 239 с.
12. Тесты. Физика. Киев. “Освіта” 1993, – 95 с.
13. В.Н. Ланге. Физические парадоксы и софизмы. М. “Просвещение”. 1978 – 176 с.